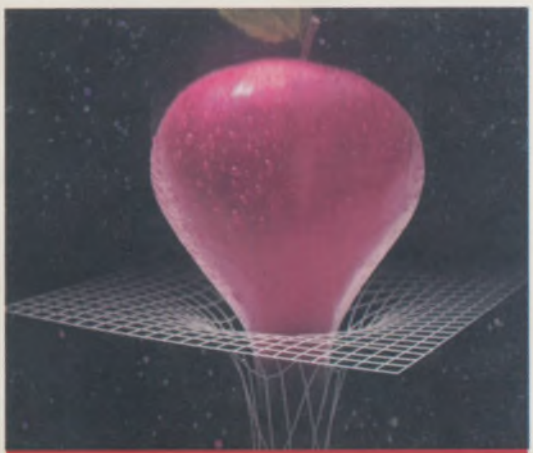
BIBLIOTEKA VISOVI ZNANOSTI

O prirodi prostora i vremena

Stephen Hawking
Roger Penrose



sveučilišna knjižara

Jedna od najpoznatijih znanstvenih rasprava vodila se tridesetih godina prošloga stoljeća između Nielsa Bohra i Alberta Einsteina o temeljima kvantne mehanike. Einstein je naime odbijao prihvatiti kvantnu mehaniku za potpuni opis svijeta i stalno je smišljao neke misaone pokuse koji bi srušili relacije neodređenosti. No Niels Bohr bi u Einsteinovoj logici pronalazio pogreške i obarao bi je. Bohrova obrana bila je da je kvantna mehanika takva kakva je, jer su svojstva svijeta u kojem živimo takva kakva jesu, sviđalo se to nama ili ne.

Na neki način, rasprava vođena na stranicama ove knjige između Hawkinga i Penrosea nastavak je one stare Bohr-Einstein rasprave. U ovoj novoj, Penrose ima ulogu Einsteina, a Hawking ulogu Bohra.

Kvantna teorija, ili njena puno profinjenija inačica, kvantna teorija polja, sada je visoko razvijena i u praksi uspješna, iako još uvijek postoje filozofski skeptici poput Rogera Penrosea. Ali, i teorija relativnosti izdržala je sve provjere i jednako se tako može smatrati izvanredno uspješnom, bez obzira na neke ozbiljne poteškoće kad je riječ o crnim jamama odnosno singularnostima.

U ovoj knjizi iznesena su temeljna pitanja, poput strijele vremena, početnih uvjeta pri nastanku svemira, gubitka informacija u crnim jamama. O tome Hawking i Penrose imaju istančano različita mišljenja, a njihova obrazloženja su pažljivo obrađena i u fizikalnom i u matematičkom obliku.

Stephen W. Hawking i Roger Penrose

O prirodi prostora i vremena

Biblioteka
VISOVI ZNANOSTI

Naslov izvornika
THE NATURE OF SPACE AND TIME
© 1996 by Princeton University Press
Prava za hrvatsko izdanje, Izvori, 2000.

Izdanje
SVEUČILIŠNE KNJIŽARE
Hrvatske bratske zajednice 4
Zagreb

Urednik
Damir Mikuličić

Preveo
Jadranko Gladić

Redakcija prijevoda
Darko Biđin
Damir Mikuličić

Obrada i prijelom
Stanislav Vidmar

Prvo izdanje, 2002.
ISBN 953-7015-02-5

Tiskano u Hrvatskoj / Presita en Kroatio

STEPHEN W. HAWKING
ROGER PENROSE

O PRIRODI PROSTORA I VREMENA

sveučilišna knjižara

CIP - Katalogizacija u publikaciji
Nacionalna i sveučilišna knjižnica - Zagreb

UDK 530 . 1

HAWKING, Stephen William
O prirodi prostora i vremena / Stephen Hawking i Roger Penrose ; preveo Jadranko Gladić. - Zagreb : Sveučilišna knjižara, 2002.

Prijevod djela : The nature of space and time.

ISBN 953 - 7015 - 02 - 5

1. Penrose, Roger

421003050

Sadržaj

Predgovor (*Michael Atiyah*) 7

PRVO POGLAVLJE
Stephen W. Hawking – Klasična teorija 11

DRUGO POGLAVLJE
Roger Penrose – Struktura prostorvremenskih singularnosti 39

TREĆE POGLAVLJE
Stephen W. Hawking – Kvantne crne jame 51

ČETVRTO POGLAVLJE
Roger Penrose – Kvantna teorija i prostorvrijeme 77

PETO POGLAVLJE
Stephen W. Hawking – Kvantna kozmologija 91

ŠESTO POGLAVLJE
Roger Penrose – Tvistorski pogled na prostorvrijeme 121

SEDMO POGLAVLJE
Stephen W. Hawking i Roger Penrose – Rasprava 139

Predgovor

Rasprava između Rogera Penrosea i Stephena Hawkinga zabilježena u ovoj knjizi bila je vrhunac šestomjesečnog programa održanog 1994. godine na Institutu za matematičke znanosti Isaac Newton Sveučilišta u Cambridgeu. Ona predstavlja ozbiljno preispitivanje nekih od najosnovnijih zamisli o prirodi svemira. Nepotrebno je i reći, još nismo stigli do kraja puta; nesigurnosti i prijepori još su ustrajno među nama i o mnogim stvarima još treba raspravljati.

Prije nekih šezdeset godina vodila se poznata i dugotrajna rasprava između Nielsa Bohra i Alberta Einsteina o temeljima kvantne mehanike. Einstein je odbio prihvatiti da je kvantna mehanika konačna teorija. Smatrao ju je filozofski nedostatnom i oštro se borio protiv ortodoksnog tumačenja Kopenhagenske škole kojeg je zastupao Bohr.

Na neki je način rasprava između Penrosea i Hawkinga nastavljanje te ranije raspre, u kojoj Penrose ima ulogu Einsteina, a Hawking ulogu Bohra. Pitanja o kojima se raspravlja sada su složenija i opsežnija, ali kao i prije predstavljaju spoj stručnih obrazloženja i filozofskih gledišta.

Kvantna teorija, ili njena puno profinjenija inačica, kvantna teorija polja, sada je visoko razvijena i tehnički uspješna, iako još uvijek postoje filozofski skeptici poput Rogera Penrosea. Opća teorija relativnosti, Einsteinova teorija gravitacije, jednako je izdržala provjeru vremena i može se podičiti izvanrednim uspjesima, iako ima i ozbiljnih problema glede uloge singularnosti ili crnih jama.

Pravo pitanje koje prevladava u Hawking-Penroseovoj raspravi je spajanje ovih dviju uspješnih teorija, odnosno kako stvoriti teoriju "kvantne gravitacije". Ono uključuje duboke pojmovne i stručne probleme, koji određuju doseg tema raspravljanih u ovim predavanjima.

Primjeri dotaknutih temeljnih pitanja uključuju "strijelu vremena", početne uvjete pri rađanju svemira i način na koji crne jame gutaju informaciju. O svim ovim i mnogim drugim pitanjima, Hawking i Penrose zauzeli su istančano različita gledišta. Obrazloženja su pažljivo iznesena i u matematičkom i u fizikalnom obliku, a oblik rasprave dopušta sadržajnu razmjenu kritičkih prosudbi.

Iako dio izlaganja zahtijeva poznavanje matematike i fizike, većina rasprave vođena je na višoj (ili dubljoj) razini koja će zanimati šire čitateljstvo. Čitatelji će dobiti barem naznake o dosegu i profinjenosti raspravljanih ideja, kao i o ogromnom izazovu koji predstavlja stvaranje usklađene slike svemira koja u potpunosti uključuje i gravitaciju i kvantnu teoriju.

Michael Atiyah

O prirodi prostora i vremena

PRVO POGLAVLJE

KLASIČNA TEORIJA

S. W. Hawking

U ovim predavanjima, Roger Penrose i ja ćemo izložiti naša srodna, ali prilično različita gledišta o prirodi prostora i vremena. Govorit ćemo naizmjenično i održati svaki po tri predavanja, nakon čega će slijediti rasprava o našim različitim pristupima. Trebao bih naglasiti da će ovo biti stručna predavanja. Pretpostavit ćemo osnovno znanje o općoj teoriji relativnosti i kvantnoj teoriji.

Postoji kratak članak Richarda Feynmana u kojem opisuje svoja iskustva s konferencije o općoj teoriji relativnosti. Mislim da je to bila konferencija u Varšavi 1962. Vrlo nepovoljno govori o općoj stručnosti ljudi na konferenciji i primjenjivosti onoga što su radili. Da je opća relativnost kasnije postigla puno bolji ugled i privukla više zanimanja, u zamjetnoj je mjeri zaslužan Rogerov rad. Do tada, opća je teorija relativnosti bila uobličena kao zamršen skup parcijalnih diferencijalnih jednadžbi u jednom jedinom koordinatnom sustavu. Ljudi su bili tako zadovoljni kad bi našli rješenje da nisu brinuli o tome što ono, vjerojatno, nema fizikalnog značenja. Međutim, Roger je uveo suvremene pojmove poput spinora i globalnih metoda. Bio je prvi koji je pokazao da je moguće otkriti opća svojstva bez nalaženja točnog rješenja samih jednadžbi. Upravo me njegov prvi teorem o singularnosti uveo u proučavanje uzročne strukture i nadahnuo moj klasični rad o singularnostima i crnim jamama.

Mislim da se Roger i ja prilično slažemo glede klasičnog rada. Međutim, razlikujemo se u svom pristupu kvantnoj gra-

vitaciji i, dakako, samoj kvantnoj teoriji. Iako me ljudi iz fizike čestica smatraju opasnim radikalom zbog predlaganja da je moguć gubitak kvantne koherencije, ja sam zasigurno konzervativac u usporedbi s Rogerom. Ja zauzimam pozitivističko gledište da je fizikalna teorija samo matematički model i da je besmisleno pitati odgovara li ona stvarnosti. Sve što se može tražiti jest da bi se njena predviđanja trebala slagati s opažanjima. Mislim da je Roger platonist u srcu, ali on mora sâm dati odgovor.

Iako je bilo sugestija da prostorvrijeme možda ima diskretnu strukturu, ne vidim razloga za napuštanje teorija kontinuuma koje su bile tako uspješne. Opća teorija relativnosti je krasna teorija koja se slaže sa svim dosadašnjim opažanjima. Možda zahtijeva preinake na Planckovoj skali, ali ja ne mislim da će to utjecati na mnoga od predviđanja koja se iz nje mogu dobiti. Ona je možda samo niskoenergijska približnost nekoj još fundamentalnijoj teoriji, poput teorije struna, ali mislim da je teorija struna previše razvikana. Najprije, nije jasno da opća teorija relativnosti, u sprezi s raznim drugim poljima u teoriji supergravitacije, ne može dati razumnu kvantnu teoriju. Izvješća o smrti supergravitacije su pretjerivanja. Jedne godine svi su vjerovali da je supergravitacija konačna teorija. Slijedeće godine moda se promijenila i svi su govorili da supergravitacija mora sadržavati divergencije, iako nijedna nije uistinu nađena. Moj drugi razlog da ne razmatram teoriju struna je da ona nije proizvela nikakva provjerljiva predviđanja. Naprotiv, jednostavna primjena kvantne teorije na opću teoriju relativnosti, o čemu ću govoriti, već je dala dva provjerljiva predviđanja. Jedno od ovih predviđanja, razvoj malih poremećaja tijekom inflacije, izgleda da je potvrđeno nedavnim otkrićem fluktuacija u mikrovalnom pozadinskom zračenju. Drugo predviđanje, ono da bi crne jame trebale toplinski zračiti, u načelu je provjerljivo. Jedino što moramo učiniti jest naći u prostoru neku iskonsku

crnu jamu. Nažalost, izgleda da ih se ne mota mnogo u ovom našem kutku šume. Da ih ima, znali bismo kako kvantizirati gravitaciju.

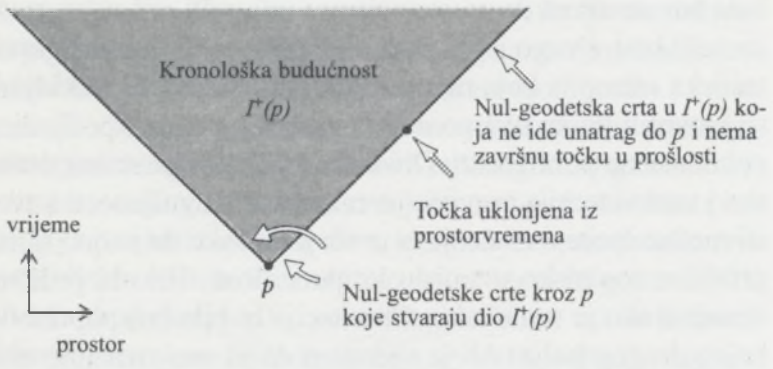
Nijedno od ovih predviđanja neće se promijeniti čak i ako je teorija struna konačna teorija prirode. Međutim, teorija struna, barem na svom sadašnjem stupnju razvoja, nije u stanju dati ova predviđanja, osim pozivajući se na opću teoriju relativnosti kao niskoenergijsku djelotvornu teoriju. Sumnjam da to uvijek može biti slučaj te da može biti zamjetljivih predviđanja teorije struna koja se ne bi mogla također predvidjeti iz opće teorije relativnosti ili supergravitacije. Ako je to istina, postavlja se pitanje je li teorija struna prava znanstvena teorija. Je li matematička ljepota i potpunost dovoljna u nedostatku značajnih, opažanjem provjerenih predviđanja? S tim da teorija struna u svojem sadašnjem obliku nije ni lijepa ni potpuna.

Zbog tih razloga u ovim ću predavanjima govoriti o općoj teoriji relativnosti. Usredotočit ću se na dva područja gdje gravitacija, izgleda, vodi do obilježja koja su potpuno različita od drugih teorija polja. Prvo je ideja da bi gravitacija trebala biti uzrokom da prostorvrijeme ima neki početak i možda neki kraj. Drugo je otkriće da izgleda postoji prava gravitacijska entropija koja nije rezultat krupnozrnosti. Neki ljudi su ustvrdili da su ova predviđanja samo umjetne posljedice poluklasične približnosti. Oni kažu da će teorija struna, istinska kvantna teorija gravitacije, razmazati singularnosti i uvesti međuodnose u zračenje iz crnih jama tako da je ono samo približno toplinsko u smislu krupnozrnosti. Bilo bi prilično dosadno ako je tome tako. Gravitacija bi bila baš poput bilo kojeg drugog polja. Ali ja vjerujem da je ona značajno različita, jer ona oblikuje pozornicu na kojoj djeluje, za razliku od svih drugih polja koja djeluju na nekoj čvrsto zadanoj prostorvremenskoj pozadini. To jo ono što vodi do mogućnosti da vrijeme ima početak. To također vodi do područja svemi-

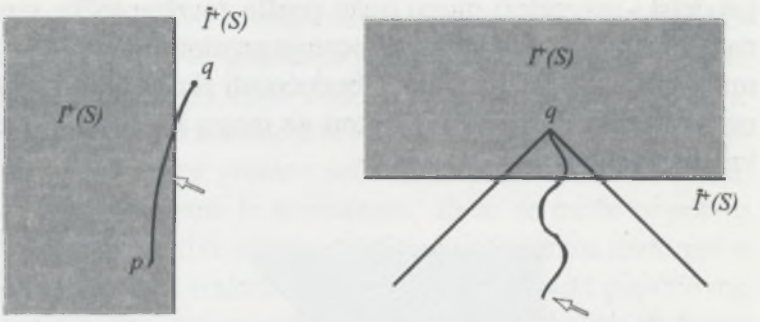
ra koja se ne mogu opažati, što nadalje uvodi pojam gravitacijske entropije kao mjere onog što ne možemo znati.

U ovom predavanju iznijet ću rad na klasičnoj općoj teoriji relativnosti koji vodi do ovih zamisli. U svom drugom i trećem predavanju (Poglavlja 3 i 5) pokazat ću kako se te zamisli mijenjaju i proširuju kad se prijeđe na kvantnu teoriju. Drugo predavanje će biti o crnim jamama, a treće o kvantnoj kozmologiji.

Ključna tehnika ispitivanja singularnosti crnih jama, koju je uveo Roger i koju sam ja pomogao razviti, bilo je proučavanje opće uzročne strukture prostorvremena. Definirajmo $I^+(p)$ kao skup svih točaka prostorvremena M do kojih je moguće stići iz p po vremenskim, u budućnost usmjerenim, krivuljama (vidi crtež 1.1). Možemo razmišljati o $I^+(p)$ kao o skupu svih događaja na koje može imati utjecaja ono što se zbiva u p. Postoje slične definicije u kojima je plus zamijenjen minusom i budućnost prošlošću. Takve ću definicije smatrati kao same po sebi očitima.



Crtež 1.1. Kronološka budućnost točke p

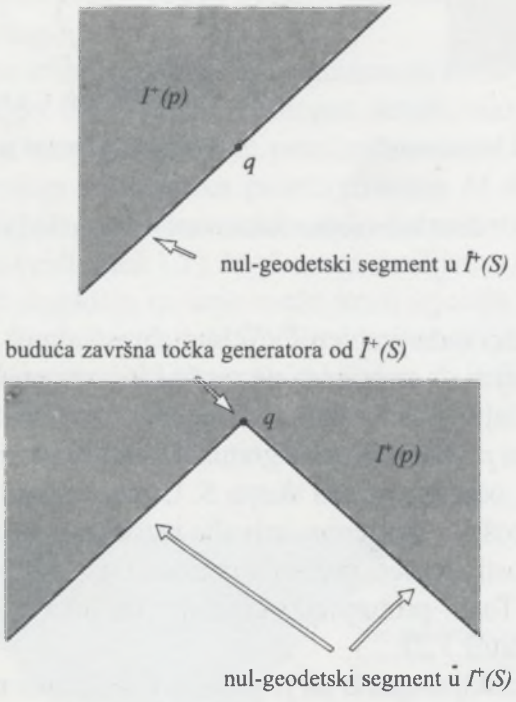


Crtež 1.2. Granica kronološke budućnosti ne može biti vremenska ili prostorna

Razmotrimo sada granicu $\dot{I}^+(S)$ budućnosti skupa S. Prilično je lako vidjeti da ta granica ne može biti vremenska. Naime, u tom slučaju, točka q upravo izvan granice bila bi u budućnosti točke p upravo unutar granice. Granica ne može biti ni prostorna, osim u samom skupu S. U tom bi, naime, slučaju svaka u prošlost usmjerena krivulja iz točke q, koja je upravo u budućnosti granice, prelazila granicu i napustila budućnost skupa S. To bi proturječilo činjenici da je q u budućnosti skupa S (crtež 1.2)

Stoga zaključujemo da je granica budućnosti nul-geodetska crta osim samoga skupa S. Točnije, ako je q granica budućnosti, ali nije u zatvorenosti skupa S, postoji u prošlost usmjereni nul-geodetski segment kroz q koji leži u granici (vidi crtež 1.3). Može postojati više od jednog nul-geodetskog segmenta kroz q koji leže u granici, ali u tom slučaju će q biti buduća završna točka tih segmenata. Drugim riječima, granicu budućnosti od S generiraju nul-geodetske crte koje imaju buduću završnu točku u granici i prolaze u nutrinu budućnosti ako presijecaju drugi generator. S druge strane, nul-

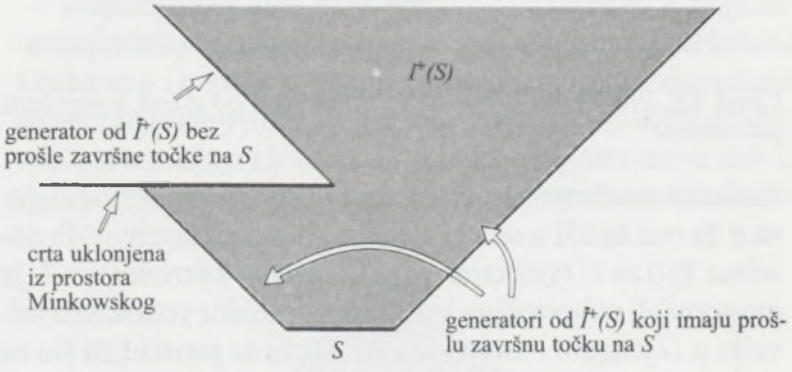
geodetski generatori mogu imati prošle završne točke samo na *S*. Moguće je, međutim, da postoje prostorvremena u kojima postoje generatori granice budućnosti skupa *S* koji nikad ne presijecaju *S*. Takvi generatori ne mogu imati prošlih završnih točaka.



Crtež 1.3. *Gore:* Točka q leži u granici budućnosti, tako da postoji nul-geodetski segment u granici koji prolazi kroz *q*. *Dolje:* Ako postoji više od jednog takvog segmenta, točka *q* bit će njihova buduća završna točka.

Jednostavni primjer ovoga je prostor Minkowskog iz kojeg je uklonjen vodoravni segment crte (vidi crtež 1.4). Ako skup *S* leži u prošlosti vodoravne crte, crta će stvarati sjenu i posto-

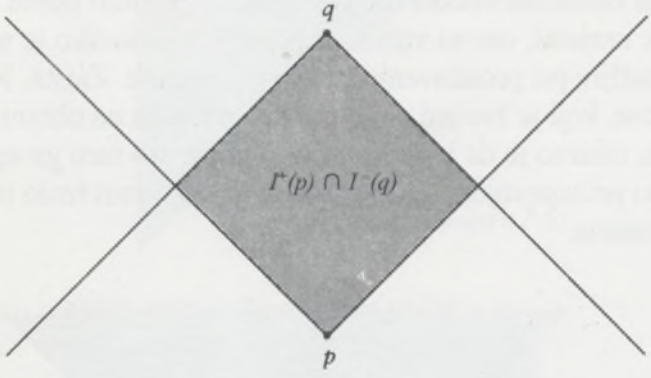
jat će točke upravo u budućnosti te crte koje nisu u budućnosti od S. Postojat će generator granice budućnosti od S koji se proteže unatrag do kraja vodoravne crte. Međutim, kako je završna točka vodoravne crte bila uklonjena iz prostorvremena, ovaj generator granice neće imati prošlu završnu točku. Ovo prostorvrijeme je nepotpuno, ali to se može popraviti množenjem metrike odgovarajućim konformnim faktorom u blizini završetka vodoravne crte. Iako su prostori poput ovog posve umjetni, oni su važni pri pokazivanju koliko je nužno biti pažljiv pri proučavanju uzročne strukture. Zaista, Roger Penrose, koji je bio jedan od mojih ispitivača na obrani doktorata, ukazao je da je prostor poput ovog što sam ga upravo opisao protuprimjer za neke od tvrdnji koje sam iznio u svojim tezama.



Crtež 1.4. Budući da je iz prostora Minkowskog uklonjena jedna crta, granica budućnosti skupa S ima generator bez prošle završne točke.

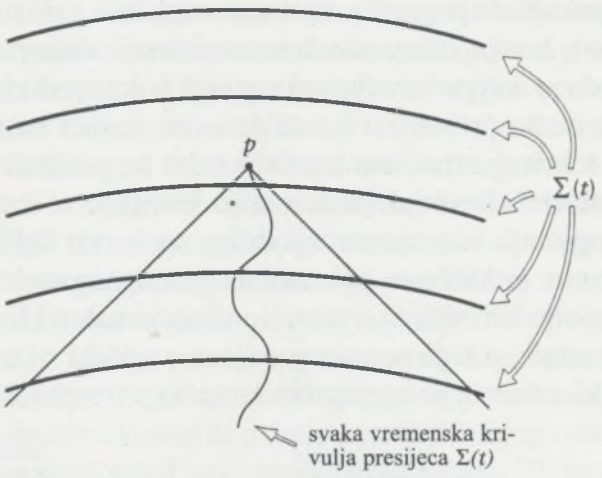
Da bismo pokazali da svaki generator granice budućnosti ima prošlu završnu točku na skupu, potrebno je nametnuti neki opći uvjet na uzročnu strukturu. Najjači i fizikalno najvažniji uvjet je onaj globalne hiperboličnosti. Za otvoreni skup U kažemo da je globano hiperboličan ako:

1. Za svaki par točaka p i q u skupu U presjek budućnosti od p i prošlosti od q ima kompaktnu zatvorenost. Drugim riječima, to je ograničeno područje oblika romba (crtež 1.5)
2. Na U vrijedi jaka uzročnost. To znači da nema zatvorenih ili gotovo zatvorenih vremenskih krivulja sadržanih u skupu U.



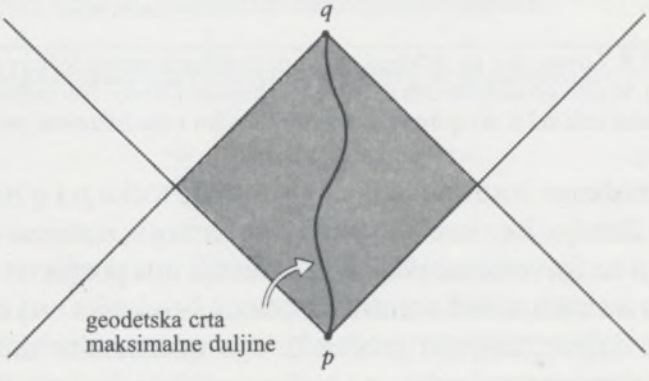
Crtež 1.5. Presjek prošlosti od p i budućnosti od q ima kompaktnu zatvorenost.

Fizikalno značenje globalne hiperboličnosti potječe od činjenice da ona sadrži u sebi postojanje porodice Cauchyjevih površina $\Sigma(t)$ za U (vidi crtež 1.6). Cauchyjeva površina za U je prostorna ili nul-površina koja presijeca svaku vremensku krivulju u U jednom i samo jednom. Može se predvidjeti što će se dogoditi u U iz podataka na Cauchyjevoj površini, i moguće je uobličiti kvantnu teoriju polja na globalno hiperboličnoj pozadini. Manje je jasno je li moguće uobličiti razumnu kvantnu teoriju polja na neglobalno hiperboličnoj pozadini. Dakle, globalna hiperboličnost može biti fizikalna nužnost. Moje je, međutim, gledište da je ne bi trebalo pretpostavljati, jer se time isključuje nešto što nam gravitacija pokušava reći. Radije, trebalo bi izvesti da su neka područja prostorvremena globalno hiperbolična iz drugih fizikalno razumnih pretpostavki.



Crtež 1.6. Porodica Cauchyjevih površina za U.

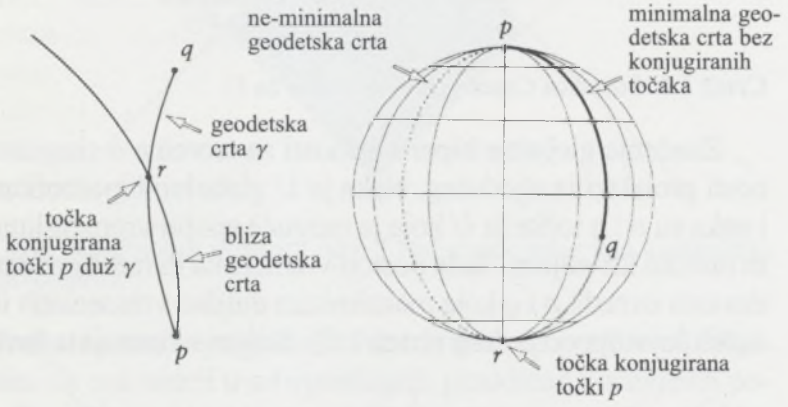
Značenje globalne hiperboličnosti za teoreme o singularnosti proizlazi iz sljedećeg. Neka je U globalno hiperboličan i neka su p i q točke iz U koje je moguće spojiti vremenskom ili nultom krivuljom. Tada postoji vremenska ili nulta geodetska crta između p i q koja maksimizira duljinu vremenskih ili nultih krivulja od p do q (crtež 1.7). Dokaz se sastoji u tome



Crtež 1.7. U globalno hiperboličnom prostoru postoji geodetska crta maksimalne duljine koja spaja bilo koji par točaka koje je moguće povezati vremenskom ili nultom krivuljom.

da se pokaže da je prostor svih vremenskih ili nultih krivulja od p do q kompaktan u određenoj topologiji. Zatim treba pokazati da je duljina krivulje neka gornja poluneprekidna funkcija na ovom prostoru. Ona dakle mora postići svoj maksimum, a krivulja maksimalne duljine bit će geodetska, jer bi inače neka mala varijacija dala dulju krivulju.

Moguće je sada razmatrati drugu varijaciju duljine geodetske crte γ. Može se pokazati da je moguće variranjem γ dobiti dulju krivulju ako postoji infinitezimalno bliska geodetska crta iz p koja ponovo presijeca γ u točki r između p i q. Točka r naziva se konjugiranom točki p (crtež 1.8).



Crtež 1.8. *Lijevo*: ako na geodetskoj crti postoji konjugirana točka r između p i q, to nije geodetska crta minimalne duljine. *Desno*: Ne-minimalna geodetska crta od p do q ima konjugiranu točku r na Južnome polu.

Ovo možemo ilustrirati razmatrajući dvije točke p i q na površini Zemlje. Bez imalo gubljenja općenitosti, uzmimo da je točka p na Sjevernome polu. Kako Zemlja ima pozitivno definiranu metriku, a ne Lorentzovu, postoji geodetska crta minimalne duljine, umjesto geodetske crte maksimalne duljine. Ta minimalna geodetska crta je dio meridijana od sjevernog pola do točke q. Međutim, postoji jedna druga geodetska crta od p do q koja se spušta stražnjom stranom od Sjevernoga do

Južnoga pola i zatim se uspinje do q. Ta geodetska crta sadrži točku konjugiranu točki p na Južnome polu, gdje se sijeku sve geodetske crte iz p. Obje geodetske crte od p do q su stacionarne točke duljine pri nekoj maloj varijaciji. Međutim, u pozitivno definiranoj metrici druga varijacija geodetske crte koja sadrži konjugiranu točku može dati kraću krivulju od p do q. Stoga, na primjeru Zemlje, možemo zaključiti da geodetska crta koja se spušta do Južnoga pola i zatim uspinje nije najkraća krivulja od p do q. Ovaj je primjer vrlo očigledan. Međutim, u slučaju prostorvremena može se pokazati da bi uz određene pretpostavke trebalo postojati globalno hiperbolično područje u kojem bi trebale postojati konjugirane točke na svakoj geodetskoj crti između dviju točaka. To uspostavlja kontradikcije, što pokazuje da je pretpostavka o potpunosti geodetskih crta, koja se može uzeti kao definicija nesingularnog prostorvremena, pogrešna.

Razlog dobivanju konjugiranih točaka u prostorvremenu je to što je gravitacija privlačna sila. Ona stoga zakrivljuje prostorvrijeme na takav način da se bliske geodetske crte savijaju jedna prema drugoj umjesto jedna od druge. To je vidljivo iz Raychaudhurijeve ili Newman-Penroseove jednadžbe, koju ću napisati u ujedinjenom obliku.

Raychaudhuri-Newman-Penrose jednadžba

$$\frac{d\rho}{dv} = \rho^2 + \sigma^{ij}\sigma_{ij} + \frac{1}{n}R_{ab}l^a l^b$$

gdje je $n = 2$ za nulte geodetske crte
$n = 3$ za vremenske geodetske crte.

Ovdje je v afini parametar duž kongruencije geodetske crte s tangencijalnim vektorom l^a koji je okomit na hiperpovršinu. Veličina ρ je prosječna brzina konvergencije geodetskih crta,

dok σ mjeri smik. Član $R_{ab}l^a l^b$ opisuje neposredni gravitacijski utjecaj materije na konvergenciju geodetskih crta.

Einsteinova jednadžba

$$R_{ab} - \frac{1}{2} g_{ab} R = 8\pi T_{ab}$$

Slabi energijski uvjet

$$T_{ab} v^a v^b \geq 0$$

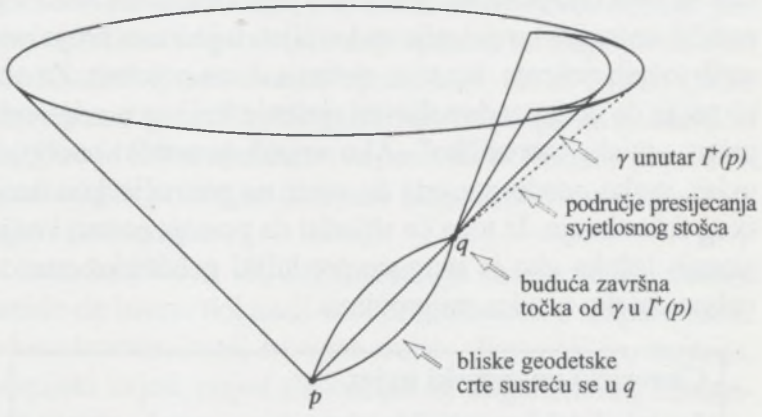
za svaki vremenski vektor v^a.

Po Einsteinovim jednadžbama, taj će član biti nenegativan za svaki nul-vektor l^a ako tvar zadovoljava takozvani slabi energijski uvjet. Taj uvjet traži da je gustoća energije T_{00} nenegativna u bilo kojem sustavu. Slabi energijski uvjet zadovoljava klasični tenzor energije i količine gibanja neke prihvatljivo velike materije, poput skalarnog ili elektromagnetskog polja ili fluida s prihvatljivom jednadžbom stanja. Međutim, možda taj uvjet lokalno ne zadovoljava kvantomehanička očekivana vrijednost tenzora energije i količine gibanja. To će biti značajno u mom drugom i trećem predavanju (poglavlja 3 i 5).

Pretpostavimo da slabi energijski uvjet vrijedi i da nulte geodetske crte iz točke p počinju ponovo konvergirati i da ρ ima pozitivnu vrijednost ρ_0. Tada bi prema Newman-Penroseovoj jednadžbi slijedilo da bi konvergencija ρ postala beskonačna u točki q unutar udaljenosti afinog parametra $1/\rho_0$ ukoliko je nultu geodetsku crtu moguće dotle produljiti.

Ako je $\rho = \rho_0$ u $v = v_0$ tada je $\rho \geq \dfrac{1}{\rho^{-1} + v_0 - v}$.
Stoga postoji konjugirana točka prije $v = v_0 + \rho^{-1}$.

Infinitezimalno bliske nulte geodetske crte iz p sjeći će se u q. To znači da će točka q biti konjugirana točki p duž nulte geodetske crte γ koja ih spaja. Za točke na γ iza konjugirane točke q postojat će varijacija od γ koja daje vremensku krivulju iz p. Stoga γ ne može ležati u granici budućnosti od p iza konjugirane točke q. Dakle, γ će imati buduću završnu točku kao generator granice budućnosti od p (crtež 1.9).



Crtež 1.9. Točka q je konjugirana točki p duž nulte geodetske crte, tako da će nulta geodetska crta γ koja spaja točke p i q ostaviti granicu budućnosti od p u q.

Slično je i s vremenskim geodetskim crtama, osim što je jaki energijski uvjet koji je nužan da bi $R_{ab}l^a l^b$ učinio nenegativnim za svaki vremenski vektor l^a, kako mu sugerira ime, dosta jači. Situacija je, međutim, još uvijek fizikalno opravdana, barem u uprosječenom smislu, unutar klasične teorije. Ako jaki energijski uvjet vrijedi, i vremenske geodetske crte iz p počinju ponovno konvergirati, tada će postojati točka q konjugirana točki p.

Jaki energijski uvjet

$$T_{ab}v^a v^b \geq \frac{1}{2}v^a v_a T$$

Konačno, postoji generički energijski uvjet. On kaže da prvo vrijedi jaki energijski uvjet. Drugo, svaka vremenska ili nulta geodetska crta nailazi na neku točku gdje postoji neka zakrivljenost koja nije posebno poravnata s geodetskom crtom. Generički energijski uvjet nije zadovoljen u jednom broju poznatih točnih rješenja. No ta su rješenja dosta posebna. Za očekivati je da će ga zadovoljavati rješenje koje je u odgovarajućem smislu "generičko". Ako vrijedi generički energijski uvjet, svaka geodetska crta će naići na područje gravitacijskog fokusiranja. Iz toga će slijediti da postoje parovi konjugiranih točaka ako je moguće produljiti geodetske crte dovoljno daleko u svim smjerovima.

Generički energijski uvjet

1. Vrijedi jaki energijski uvjet.
2. Svaka vremenska ili nulta geodetska crta sadrži točku u kojoj je $l_{[a}R_{b]cd[e}l_{f]}l^c l^d \neq 0$.

Obično razmišljamo o prostorvremenskoj singularnosti kao o području u kojem zakrivljenost postaje neograničeno velika. Nevolja je, međutim, s takvom definicijom da bi se moglo jednostavno izostaviti singularne točke i reći da je preostala mnogostrukost cjelina prostorvremena. Bolje je, stoga, definirati prostorvrijeme kao maksimalnu mnogostrukost na kojoj je metrika odgovarajuće glatka. Tada je moguće prepoznati pojavljivanje singularnosti iz postojanja nepotpunih geodetskih crta koje se ne mogu produljiti do beskonačnih vrijednosti afinog parametra.

Definicija singularnosti

Prostorvrijeme je singularno ako je vremenski ili nulgeodetski nepotpuno, ali ne može biti umetnuto unutar većeg prostorvremena.

Ova definicija odražava osobitost singularnosti kojoj se može najviše prigovarati, a to je da mogu postojati čestice čija povijest ima početak ili kraj u konačnom vremenu. Postoje primjeri u kojima se geodetska nepotpunost može pojaviti, a da pritom zakrivljenost ostane ograničena, ali se smatra da će zakrivljenost generički divergirati duž nepotpunih geodetskih crta. Ovo je važno ako ćemo se pozivati na kvantne pojave da bismo riješili probleme izazvane singularnostima u klasičnoj općoj relativnosti.

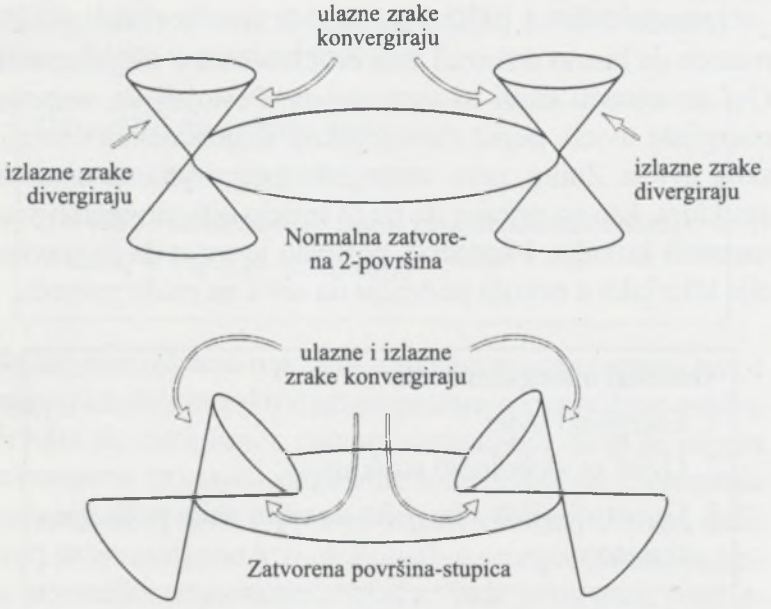
Između 1965. i 1970. Penrose i ja smo koristili opisane metode da bismo dokazali veći broj teorema o singularnosti. Ovi su teoremi imali tri vrste uvjeta. Postojali su, najprije, energijski uvjeti, poput slabog, jakog ili generičkog energijskog uvjeta. Zatim, neka vrsta globalnog uvjeta na uzročnu strukturu, kao na primjer da ne bi smjelo biti zatvorenih vremenskih krivulja. I konačno, postojao je uvjet da je gravitacija tako jaka u nekom području da ništa ne može pobjeći.

Teoremi o singularnosti

1. Energijski uvjet.
2. Uvjet za globalnom strukturom.
3. Gravitacija dovoljno jaka da učini neko područje stupicom.

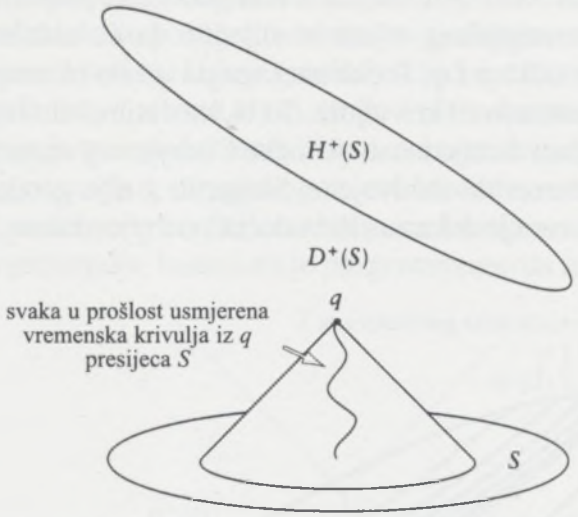
Ovaj treći uvjet moglo bi se iskazati na nekoliko načina. Jedan bi bio reći da je prostorni presjek svemira zatvoren, jer tada ne bi bilo vanjskog područja u koje bi bio moguć bijeg.

Drugi bi bio da postoji ono što zovemo zatvorenom površinom-stupicom. To je neka zatvorena dvo-površina, takva da i ulazne i izlazne nulte geodetske crte koje su na nju okomite konvergiraju (crtež 1.10). Uobičajeno, ako imate sfernu dvo-površinu u prostoru Minkowskog, ulazne geodetske crte konvergiraju, a izlazne divergiraju. Međutim u kolapsu zvijezde gravitacijsko polje može biti toliko jako da su svjetlosni stošci nagnuti prema unutra. To znači da sve izlazne geodetske crte konvergiraju. Različiti teoremi o singularnosti pokazuju da prostorvrijeme mora biti vremenski ili nul-geodetski nepotpuno ako su zadovoljene različite kombinacije triju vrsta uvjeta. Moguće je oslabiti jedan od uvjeta ako se pretpostavi jače inačice drugih dvaju. Ilustrirat ću to opisujući Hawking-Penroseov teorem. On sadrži generički energijski uvjet, najjači



Crtež 1.10. Na uobičajenoj zatvorenoj površini, izlazne nulte zrake iz površine divergiraju, dok ulazne zrake konvergiraju. Na zatvorenoj površini-stupici, i ulazne i izlazne nulte zrake konvergiraju.

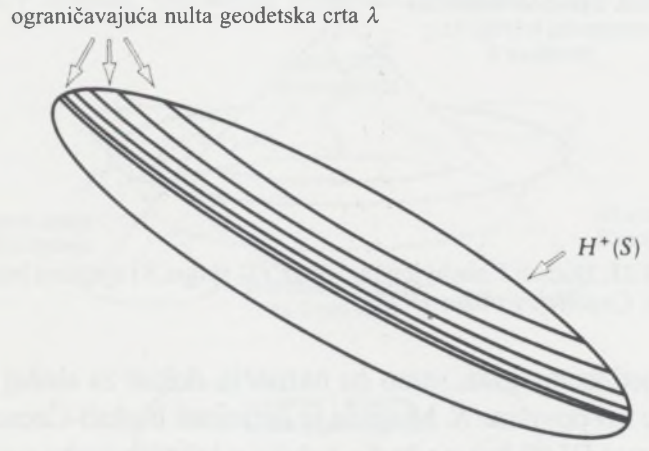
od triju energijskih uvjeta. Globalni uvjet je prilično slab, govori da ne bi trebalo biti zatvorenih vremenskih krivulja. Uvjet o nemogućnosti bijega je najopćenitiji, govori da bi morala postojati ili površina-stupica ili zatvorena prostorna tro-površina.



Crtež 1.11. Budući Cauchyjev razvoj $D^+(S)$ skupa S i njegova buduća granica, Cauchyjev obzor $H^+(S)$.

Zbog jednostavnosti, samo ću naznačiti dokaz za slučaj zatvorene tro-površine S. Moguće je definirati budući Cacuchyjev razvoj $D^+(S)$ kao područje točaka q iz kojih svaka u prošlost usmjerena vremenska krivulja presijeca S (crtež 1.11). Cauchyjev razvoj je područje prostorvremena koje može biti predviđeno iz podataka na S. Pretpostavimo sada da je budući Cauchyjev razvoj kompaktan. Iz toga bi slijedilo da bi Cauchyjev razvoj imao buduću granicu zvanu *Cauchyjev obzor*, $H^+(S)$. Prema razmatranju sličnom onom za granicu budućnosti točke, Cachyjev bi obzor bio generiran nul-geodetskim segmentima bez prošlih završnih točaka. Međutim, kako smo

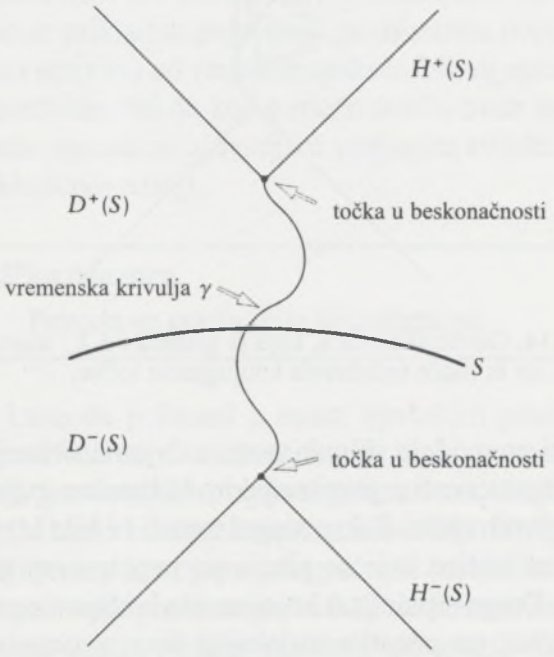
pretpostavili kompaktnost Cauchyjevog razvoja, i Cachyjev će obzor biti kompaktan. To znači da će se nul-geodetski generatori svijati okolo naokolo unutar kompaktnog skupa. Približavat će se graničnoj nultoj geodetskoj crti λ, koja neće imati prošlih ni budućih završnih točaka u Cauchyjevom obzoru (crtež 1.12). Ali, ako bi λ bila geodetski potpuna, iz generičkog energijskog uvjeta bi slijedilo da će sadržavati konjugirane točke p i q. Točke na λ iza p i q bilo bi moguće povezati vremenskom krivuljom. To bi, međutim, bilo u proturječju, budući da nijedne dvije točke Cachyjevog obzora ne mogu biti vremenski razdvojene. Stoga, ili λ nije geodetski potpuna i teorem je dokazan, ili budući Cauchyjev razvoj nije kompaktan.



Crtež 1.12. Postoji ograničavajuća nulta geodetska crta λ u Cauchyjevom obzoru koja nema prošlih ni budućih završnih točaka u Cauchyjevom obzoru.

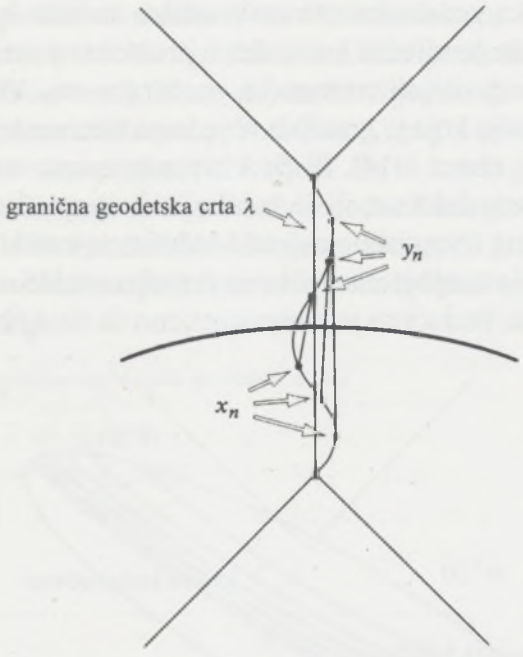
U posljednjem slučaju, može se pokazati da postoji u budućnost usmjerena vremenska krivulja, γ iz S, koja nikad ne napušta budući Cauchyjev razvoj od S. Dosta slično razmatranje pokazuje da γ može biti produljena u prošlost do krivulje koja nikad ne napušta prošli Cauchyjev razvoj $D^-(S)$ (crtež

1.13). Razmotrimo sada slijed točaka x_n na γ koje teže u prošlost te sličan slijed y_n koje teže u budućnost. Za svaku vrijednost n, točke x_n i y_n su vremenski razdvojene i nalaze se u globalno hiperboličkom Cauchyjevom razvoju od S. Dakle, postoji vremenska geodetska crta maksimalne duljine λ_n od x_n do y_n. Sve λ_n će presijecati kompaktnu prostornu površinu S. To znači da će postojati vremenska geodetska crta λ u Cauchyjevom razvoju koja je granična vrijednost vremenskih geodetskih crta λ_n (crtež 1.14). Ili će λ biti nepotpuna, u kojem slučaju je teorem dokazan, ili će sadržavati konjugirane točke zbog generičkog energijskog uvjeta. Međutim, u tom bi slučaju λ_n sadržavala konjugirane točke za dovoljno veliki n. To bi bilo proturječje, budući da je pretpostavljeno da su λ_n krivulje



Crtež 1.13. Ako budući (prošli) Cauchyjev razvoj nije kompaktan, postoji u budućnost (prošlost) usmjerena vremenska krivulja iz S koja nikad ne napušta budući (prošli) Cachyjev razvoj.

maksimalne duljine. Stoga se može zaključiti da je prostor-vrijeme vremenski ili nul-geodetski nepotpuno. Drugim riječima, postoji singularnost.



Crtež 1.14. Geodetska crta λ, koja je granica od λ_n, morat će biti nepotpuna, jer bi inače sadržavala konjugirane točke.

Teoremi predviđaju singularnosti u dvjema situacijama. Jedna je u budućnosti u gravitacijskim kolapsima zvijezda i drugih masivnih tijela. Takve singularnosti bi bile kraj vremena, barem za čestice koje se gibaju po nepotpunim geodetskim crtama. Druga situacija u kojoj se predviđaju singularnosti je u prošlosti, na početku sadašnjeg širenja svemira. Ovo je dovelo do napuštanja pokušaja (uglavnom od strane Rusa) dokazivanja da je postojala prethodna faza sažimanja i nesingularni skok u širenje. Umjesto toga, gotovo svatko sada vje-

ruje da je svemir, i samo vrijeme, imalo početak u Velikom prasku. Ovo je otkriće daleko važnije od nekoliko raznolikih nestabilnih čestica, ali ne i takvo koje bi bilo u tolikoj mjeri popraćeno Nobelovim nagradama.

Predviđanje singularnosti znači da klasična opća teorija relativnost nije potpuna teorija. Kako singularne točke moraju biti izrezane iz prostorvremenske mnogostrukosti, u njima nije moguće definirati jednadžbe polja i nije moguće predvidjeti što će proizaći iz singularnosti. Kada je riječ o singularnosti u prošlosti, jedini način rješavanja ovog problema izgleda da je prizivanje u pomoć kvantne gravitacije. Na ovo ću se vratiti u mom trećem predavanju (Poglavlje 5). Međutim, singularnosti koje su predviđene u budućnosti izgleda da imaju svojstvo koje je Penrose nazvao *kozmičkom cenzurom*. Naime, one se prikladno pojavljuju na mjestima poput crnih jama koja su skrivena od vanjskih opažača. Na taj način svaki neuspjeh predvidivosti do kojeg može doći u ovim singularnostima neće utjecati na zbivanja u vanjskom svijetu, barem ne prema klasičnoj teoriji.

Kozmička cenzura

Priroda se gnuša gole singularnosti.

Međutim, kako ću pokazati u mom sljedećem predavanju, postoji nepredvidivost u kvantnoj teoriji. To je povezano s činjenicom da gravitacijska polja mogu imati unutarnju entropiju koja nije samo rezultat krupnozrnosti. Gravitacijska entropija, te činjenica da vrijeme ima početak i može imati kraj, su dvije teme mojih predavanja, budući da postoje načini po kojima se gravitacija osobito razlikuje od drugih fizikalnih polja. Činjenica da gravitacija ima veličinu koja se ponaša poput entropije, zamijećena je najprije u potpuno klasičnoj teoriji. Ona je uvjetovana Penroseovom *pretpostavkom koz-*

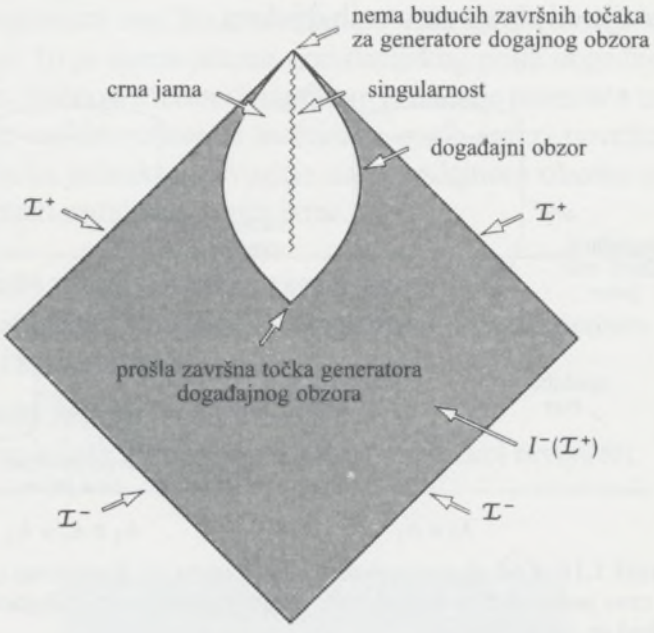
mičke cenzure. To nije dokazano, ali se vjeruje da je istina za prikladno općenite početne podatke i jednadžbe stanja. Ja ću upotrijebiti slabi oblik kozmičke cenzure. Koristimo približnost u kojoj se područje oko kolapsirajuće zvijezde promatra kao asimptotski ravno. Tada je, kako je pokazao Penrose, moguće konformno umetnuti prostorvremensku mnogostrukost M u mnogostrukost s granicom $\bar{M}$ (crtež 1.15). Granica ∂M bit će nulta površina i sastojat će se od dva sastavna dijela, buduće i prošle beskonačnosti, nazvane $\mathcal{I}^+$ i $\mathcal{I}^-$. Reći ću da slaba kozmička cenzura vrijedi ako su ispunjena dva uvjeta. Najprije, pretpostavljamo da su nul-geodetski generatori od $\mathcal{I}^+$ potpuni u određenoj konformnoj metrici. Iz toga slijedi da će promatrači daleko od kolapsa doživjeti duboku starost i neće biti zbrisani munjom koju je singularnost odaslala iz kolapsirajuće zvijezde. Nadalje, pretpostavlja se da je prošlost od $\mathcal{I}^+$ globalno hiperbolična. To znači da ne postoje gole singularnosti koje se mogu vidjeti s velike udaljenosti. Penrose navodi jači oblik kozmičke cenzure, koji pretpostavlja da je cijelo prostorvrijeme globalno hiperbolično. U moje svrhe i slabiji će oblik biti dostatan.

Slaba kozmička cenzura

1. $\mathcal{I}^+$ i $\mathcal{I}^-$ su potpune.
2. $I^-(\mathcal{I}^+)$ je globalno hiperbolična.

Ako vrijedi slaba kozmička cenzura, singularnosti čije je pojavljivanje predviđeno u gravitacijskom kolapsu ne mogu biti vidljive iz $\mathcal{I}^+$. To znači da mora postojati područje prostorvremena koje nije u prošlosti od $\mathcal{I}^+$. Za to područje kažemo da je crna jama, jer niti svjetlost ni bilo što drugo iz njega ne može pobjeći u beskonačnost. Granica područja crne jame naziva se *događajnim obzorom*. Kako je to ujedno i granica prošlosti od $\mathcal{I}^+$, događajni obzor generirat će nul-geodetski

segmenti koji mogu imati prošle završne točke, ali nemaju budućih završnih točaka. Slijedi nadalje, da ako vrijedi slabi energijski uvjet, generatori obzora ne mogu konvergirati. Naime, kad bi, presijecali bi se međusobno unutar neke konačne udaljenosti.



Crtež 1.15. Kolapsirajuća zvijezda konformno umetnuta u mnogostrukost s granicom.

Iz toga slijedi da se površina poprečnog presjeka događajnog obzora ne može nikad vremenom smanjivati, a općenito će se

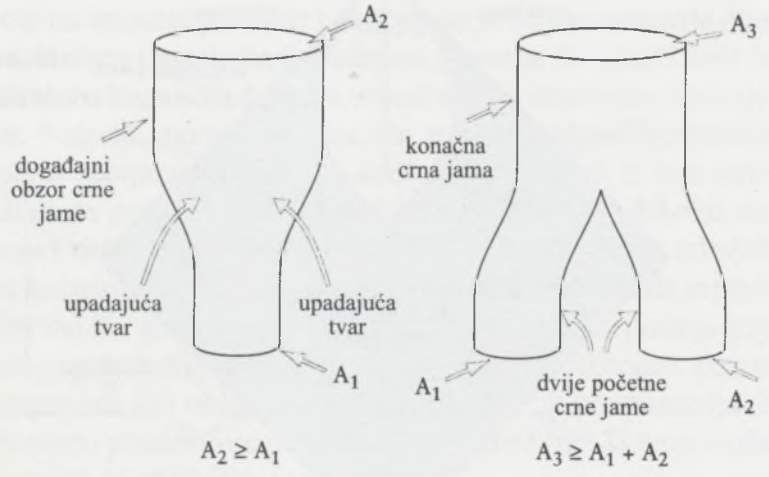
Drugi zakon mehanike crnih jama

$$\delta A \geq 0$$

Drugi zakon termodinamike.

$$\delta S \geq 0$$

povećavati. Štoviše, ako se dvije crne jame sudare i međusobno sljube, površina konačne crne jame bit će veća od zbroja početnih crnih jama (crtež 1.16). Ovo je vrlo slično ponašanju entropije prema drugom zakonu termodinamike. Entropija se ne može nikad smanjivati, a entropija ukupnog sustava veća je od zbroja sastavnih dijelova.



Crtež 1.16. Kad ubacujemo tvar u crnu jamu, ili dopustimo da se dvije crne jame međusobno sljube, ukupna površina događajnog obzora nikad se neće smanjiti.

Prvi zakon mehanike crnih jama

$$\delta E = \frac{\kappa}{8\pi}\delta A + \Omega\delta J + \Phi\delta Q$$

Drugi zakon termodinamike.

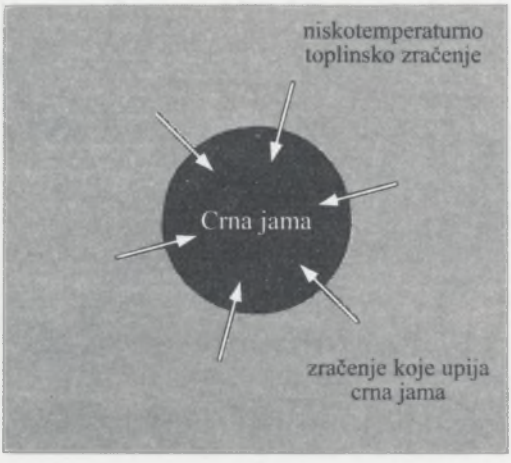
$$\delta E = T\delta S + P\delta V$$

Sličnost s termodinamikom povećava takozvani *prvi zakon mehanike crnih jama*. On povezuje promjenu mase crne jame s promjenom površine događajnog obzora i promjenom njene

kutne količine gibanja i električnog naboja. To se može usporediti s prvim zakonom termodinamike, koji daje promjenu unutarnje energije izraženu preko promjene entropije i vanjskog rada izvršenog na sustavu. Vidimo da, ako je površina događajnog obzora analogna entropiji, tada je veličina analogna temperaturi ono što nazivamo površinska gravitacija crne jame κ. To je mjera jakosti gravitacijskog polja događajnog obzora. Sličnost s termodinamikom je nadalje povećana takozvanim *nultim zakonom mehanike crnih jama*: površinska gravitacija jednaka je svugdje na događajnom obzoru neke vremenski samostalne crne jame.

Nulti zakon mehanike crnih jama
κ je jednak svugdje na događajnom obzoru vremenski samostalne crne jame.

Nulti zakon termodinamike
T je jednak svugdje za sustav u termičkoj ravnoteži.



Crtež 1.17. Crna jama u kontaktu s toplinskim zračenjem će apsorbirati nešto od zračenja, ali klasično ne može ništa odaslati van.

Ohrabren ovim sličnostima, Bekenstein (1972) je iznio pretpostavku da je neki višekratnik površine događajnog obzora u stvari entropija crne jame. Predložio je poopćeni drugi zakon: zbroj ove entropije crne jame i entropije tvari izvan crne jame nikad se neće smanjivati.

Poopćeni drugi zakon

$$\delta(S + cA) \geq 0$$

Međutim, prijedlog nije bio dosljedan. Ako crne jame imaju entropiju razmjernu površini obzora, trebale bi također imati od nule različitu temperaturu razmjernu površinskoj gravitaciji. Razmotrimo crnu jamu koja je u dodiru s toplinskim zračenjem na temperaturi nižoj od temperature same crne jame (crtež 1.17). Crna jama će upiti nešto od zračenja, ali neće moći ništa odaslati van, jer prema klasičnoj teoriji ništa ne može izaći iz crne jame. Imamo, dakle, tok topline od niskotemperaturnog toplinskog zračenja prema crnoj jami na višoj temperaturi. To bi narušilo poopćeni drugi zakon, jer bi gubi-

Crtež 1.18.

tak entropije toplinskog zračenja bio manji od povećanja entropije crne jame. Međutim, kako ćemo vidjeti u mom sljedećem predavanju, dosljednost je ponovo uspostavljena kad je otkriveno da crne jame emitiraju van zračenje koje je upravo toplinsko. Ovaj je rezultat previše lijep da bi bio slučajnost ili samo približnost. Stoga izgleda da crne jame doista imaju unutrašnju gravitacijsku entropiju. Kako ću pokazati, to je u svezi s netrivijalnom topologijom crne jame. Unutrašnja entropija znači da gravitacija uvodi dodatnu razinu nepredvidivosti osim i iznad neodređenosti koja se obično pridružuje kvantnoj teoriji. Dakle, Einstein je bio u krivu kad je rekao: "Bog se ne kocka." Razmatranje crnih jama navodi na misao da Bog ne samo da se kocka nego nas i ponekad zbunjuje bacajući kocke tamo gdje ih se ne može vidjeti (crtež 1.18).

DRUGO POGLAVLJE

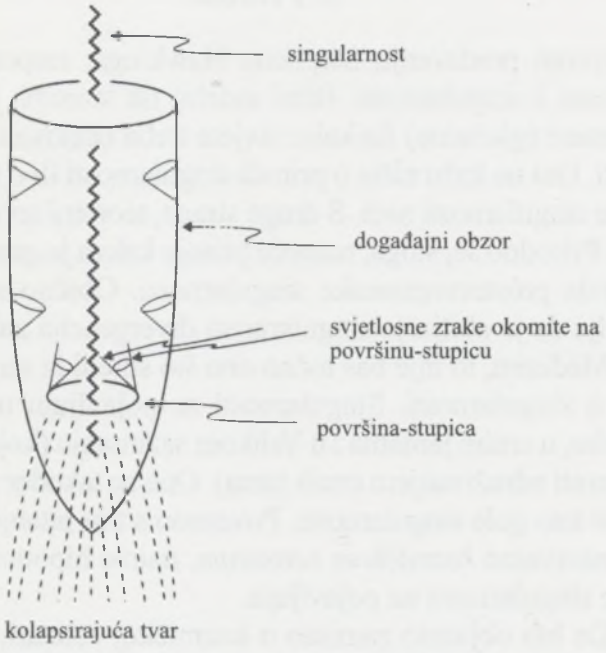
STRUKTURA PROSTORVREMENSKIH SINGULARNOSTI

R. Penrose

U prvom predavanju Stephena Hawkinga, raspravljani su teoremi o singularnosti. Bitni sadržaj tih teorema jest da uz razumne (globalne) fizikalne uvjete treba očekivati singularnosti. Oni ne kažu ništa o prirodi singularnosti ili o tome gdje će se singularnosti naći. S druge strane, teoremi su vrlo općeniti. Prirodno se, stoga, nameće pitanje kakva je geometrijska priroda prostorvremenske singularnosti. Obično se pretpostavlja da je obilježje singularnosti divergencija zakrivljenosti. Međutim, to nije baš točno ono što slijedi iz samih teorema o singularnosti. Singularnosti se pojavljuju u Velikom prasku, u crnim jamama i u Velikom sažimanju (koje se može smatrati združivanjem crnih jama). One se također mogu pojaviti kao gole singularnosti. Povezano s tim pitanjem je ono što nazivamo *kozmičkom cenzurom*, naime hipoteza da se te gole singularnosti ne pojavljuju.

Da bih objasnio zamisao o kozmičkoj cenzuri, dopustite da se malo prisjetim povijesti ovog predmeta. Prvi eksplicitni primjer rješenja Einsteinove jednadžbe koja opisuje crnu jamu bio je kolapsirajući oblak prašine Oppenheimera i Snydera (1939). Postoji singularnost unutra, ali ona nije vidljiva izvana, budući da je okružuje događajni obzor. Ovaj obzor je površina iz čije unutrašnjosti događaji ne mogu slati signale van u beskonačnost. Bilo je primamljivo vjerovati da je ovo generička slika, to jest da ona predstavlja općeniti gravitacijski kolaps. Međutim, Oppenheimer-Snyderov (OS) model ima posebnu simetriju (naime, sfernu simetriju) i nije oči-

gledno da je zaista reprezentativan. Kako su Einsteinove jednadžbe općenito teške za rješavanje, umjesto toga tražimo globalna svojstva iz kojih bi slijedilo postojanje singularnosti. Na primjer, OS model ima površinu-stupicu, što znači površinu čije će se oplošje smanjivati duž svjetlosnih zraka koje su početno na nju okomite (crtež 2.1).



Crtež 2.1. Oppenheimer-Snyderov kolapsirajući oblak prašine, kao ilustracija površine-stupice.

Moglo bi se pokušati pokazati da iz postojanja površine-stupice slijedi postojanje singularnosti. (To je bio prvi teorem o singularnosti koji sam uspio potvrditi, na temelju razumnih pretpostavki o uzročnosti, ali ne pretpostavljajući sfernu simetriju; vidi Penrose 1965.) Slične je rezultate također moguće izvesti pretpostavljajući postojanje konvergirajućeg svjetlosnog stošca (Hawking i Penrose 1970; do toga dolazi

kad sve svjetlosne zrake odaslane iz jedne točke u raznim smjerovima u kasnijem vremenu počinju konvergirati jedna prema drugoj).

Stephen Hawking je, vrlo rano (1965) opazio da je moguće preokrenuti moj originalni dokaz na kozmološkoj skali, tj. primijeniti ga na situaciju s obrnutim smjerom vremena. Obrnuta površina-stupica tada znači da je postojala singularnost u prošlosti (uz odgovarajuće pretpostavke o uzročnosti). No, (vremenski obrnuta) površina-stupica je vrlo velika, postoji na kozmološkoj skali.

Pretežno smo se usredotočili na razmatranje situacije crne jame. Znamo da mora negdje postojati singularnost, ali da bismo dobili crnu jamu moramo pokazati da je ona okružena događajnim obzorom. Hipoteza kozmičke cenzure tvrdi upravo to, u bitnom da je samu singularnost nemoguće vidjeti izvana. Posebno, iz nje slijedi da postoji neko područje koje ne može odašiljati signale u vanjsku beskonačnost. Granica tog područja je događajni obzor. Možemo također na tu granicu primijeniti teorem koji je Stephen iznio u svom predavanju, budući da je događajni obzor granica prošlosti buduće nulte beskonačnosti. Stoga znamo da ova granica

- mora biti nulta površina tamo gdje je glatka, generirana nul-geodetskim crtama,
- sadrži nul-geodetsku crtu bez kraja u budućnosti, koja potječe iz svake točke u kojoj nije glatka,

te da

- se površina prostornog poprečnog presjeka nikad vremenom ne može smanjivati.

Također je, u stvari, pokazano (Israel 1967, Carter 1971, Robinson 1975, Hawking 1972) da je asimptotska granična vrijednost takvog prostorvremena Kerrovo prostorvrijeme. To je vrlo značajan rezultat, budući da je Kerrova metrika vrlo lije-

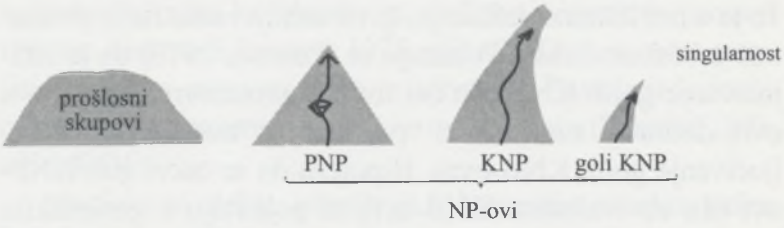
po točno rješenje Einsteinovih jednadžbi vakuuma. Ovaj je dokaz isto tako povezan s temom entropije crnih jama i na njega ću se, u stvari, vratiti u slijedećem predavanju (Poglavlje 4).

Prema tome, zaista imamo nešto kvalitativno slično OS rješenju. Ima nekih preinaka – naime, na kraju smo došli do Kerrovog, a ne Schwarzschildovog rješenja – ali su one razmjerno nevažne. U bitnim crtama slika je prilično slična.

U svakom slučaju, točni dokaz temelji se na hipotezi kozmičke cenzure. U stvari, kozmička cenzura je vrlo važna, budući da o njoj ovisi cijela teorija, i bez nje bismo možda vidjeli strašne stvari umjesto crne jame. Stoga se moramo doista upitati je li istinita. Prije dugo vremena sam mislio da bi hipoteza mogla biti pogrešna i pokušavao sam na različite načine pronaći protuprimjere. (Stephen Hawking je jednom ustvrdio da je jedna od najjačih obrana hipoteze kozmičke cenzure činjenica da sam ja pokušavao dokazati da je pogrešna i nisam u tome uspio – ali ja mislim da je to vrlo slabašan dokaz!)

Želim raspravljati o kozmičkoj cenzuri u sklopu određenih zamisli vezanih za *idealne* točke za prostorvremena. (Ove zamisli potječu od Seiferta 1971, i Gerocha, Kronheimera i Penrosea 1972). Osnovna je zamisao da bi u prostorvrijeme trebalo uključiti stvarne "singularne točke" i "točke u beskonačnosti", to jest *idealne točke*. Dopustite da najprije uvedem pojam NP, tj. *nerastavljivog prošlosnog skupa*. Ovdje je "prošlosni skup" skup koji sadrži svoju vlastitu prošlost, a "nerastavljiv" znači da ga je nemoguće rascijepiti u dva prošlosna skupa od kojih ni jedan ne sadrži drugoga. Postoji teorem koji kaže da se svaki NP može opisati kao prošlost neke vremenske krivulje (crtež 2.2).

Postoje dvije vrste NP-ova, to jest PNP-ovi i KNP-ovi. PNP je *pravi* NP, tj. prošlost prostorvremenske točke. KNP je *konačni* NP, koji nije prošlost stvarne točke u prostorvreme-



Crtež 2.2. Prošlosni skupovi, PNP-ovi i KNP-ovi

nu. KNP-ovi definiraju buduće idealne točke. Nadalje, možemo razlikovati KNP-ove prema tome da li im je idealna točka "u beskonačnosti" (u kom slučaju postoji vremenska krivulja koja generira NP beskonačne vlastite duljine) – neki ∞-KNP – ili im je *singularnost* (u kom slučaju svaka vremenska krivulja koja ih generira ima konačnu vlastitu duljinu) – neki singularni KNP. Očigledno svi se ovi pojmovi mogu slično primijeniti na budućnosne umjesto na prošlosne skupove. U tom slučaju imamo NB (nerastavljive budućnosne skupove), koji se dijele na PNB-ove i KNB-ove, a KNB-ovi se nadalje dijele na ∞-KNB-ove i singularne KNB-ove. Dopustite da uz to primijetim da moramo, da bi sve to radilo, zapravo pretpostaviti da ne postoje zatvorene vremenske krivulje – zapravo neznatno slabiji uvjet: nijedne dvije točke ne mogu imati istu budućnost ili istu prošlost.

Kako unutar ovog okvira možemo opisati gole singularnosti i hipotezu kozmičke cenzure? Ponajprije, hipoteza kozmičke cenzure ne bi smjela isključiti Veliki prasak (jer bi inače kozmolozi bili u velikoj nevolji). Znamo, stvari uvijek izlaze iz Velikog praska i nikad u njega ne upadaju. Dakle, možemo pokušati definirati golu singularnost kao nešto u što vremenska krivulja može ući i iz čega može izaći. Time smo se automatski pobrinuli za problem Velikog praska. On se tada ne računa kao gola singularnost. U ovim okvirima možemo definirati *goli* KNP kao KNP koji je sadržan u PNP-u.

To je u biti lokalna definicija, tj. ne zahtijevamo da je promatrač u beskonačnosti. Pokazuje se (Penrose 1979) da je isključivanje golih KNP-ova isti uvjet u prostorvremenu ako u ovoj definiciji zamijenimo "prošlost" s "budućnošću" (isključivanje golih KNB-ova). Hipoteza da se takvi goli KNP-ovi (ili, ekvivalentno KNB-ovi) ne pojavluju u generičkim prostorvremenima naziva se hipotezom *jake kozmičke cenzure*. Njeno je intuitivno značenje da se singularna točka (ili beskonačna točka) – KNP kojeg promatramo – ne može jednostavno "pojaviti" usred prostorvremena na takav način da bude vidljiva u nekoj konačnoj točki – vrhu PNP-a kojeg promatramo. Razumno je da promatrač ne mora biti u beskonačnosti, budući da u danom prostorvremenu možda ne bismo znali da li beskonačnost doista postoji. Nadalje, ako bi jaka hipoteza kozmičke cenzure bila narušena, mogli bismo, u konačnom vremenu, opažati česticu koja upravo upada u singularnost, gdje bi prestali vrijediti zakoni fizike (ili kako dostiže beskonačnost, što je otprilike jednako loše). Ovim jezikom možemo također izraziti hipotezu *slabe kozmičke cenzure*: jednostavno moramo zamijeniti PNP s ∞-KNP-om.

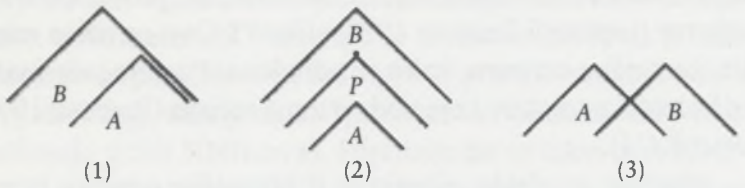
Hipoteza jake kozmičke cenzure sadrži da se generičko prostorvrijeme s tvari, podložno prihvatljivim jednadžbama stanja (npr. vakuum), može proširiti na jedno u kojem nema golih singularnosti (golih singularnih KNP-ova). Pokazuje se (Penrose 1979) da je isključenje golih KNP-ova ekvivalentno globalnoj hiperboličnosti, ili da je prostorvrijeme čitava domena ovisnosti neke Cauchyjeve površine (Geroch 1970). Primijetimo da je ovakva formulacija hipoteze jake kozmičke cenzure nedvojbeno simetrična u vremenu: možemo međusobno zamijeniti prošlost i budućnost ako međusobno zamijenimo NP-ove (nerastavljive prošlosne skupove) i NB-ove (nerastavljive budućnosne skupove).

Općenito, potrebni su nam dodatni uvjeti da bismo isključili *gromove*. Pod gromom podrazumijevamo singularnost

koja dosiže nultu beskonačnost, uništavajući pritom prostor-vrijeme (usporedi Penrose 1978, slika 7). Ovo ne mora narušiti kozmičku cenzuru, kako je određena. Postoje jače inačice kozmičke cenzure koje vode o tome računa (Penrose 1978, uvjet KC4).

Vratimo se, dakle, pitanju je li kozmička cenzura istina. Ponajprije, primijetimo da vjerojatno nije istinita u kvantnoj gravitaciji. Posebno, eksplodirajuće crne jame (o kojima će Stephen Hawking kasnije više objasniti) imaju za posljedicu okolnosti u kojima je izgleda narušena kozmička cenzura.

U klasičnoj općoj relativnosti postoje različiti rezultati u oba smjera. U jednom pokušaju obaranja kozmičke cenzure izveo sam određene nejednakosti koje bi vrijedile ako je kozmička cenzura istinita (Penrose 1973). Doista, one su se pokazale valjanima (Gibbons 1972) – i to izgleda podržava ideju da bi nešto poput kozmičke cenzure trebalo vrijediti. Na negativnoj strani, postoje neki posebni primjeri (koji, međutim, narušavaju uvjet generičnosti) i neki naznačeni numerički dokazi podložni različitim primjedbama. Postoje, nadalje, neke naznake za koje sam tek nedavno čuo – u stvari, Gary Horowitz mi ih je tek jučer spomenuo – da neke od spomenutih nejednakosti ne vrijede ako je kozmološka konstanta pozitivna. Osobno sam uvijek vjerovao da bi kozmološka konstanta trebala biti nula, ali bi bilo vrlo zanimljivo ako kozmička cenzura ovisi o tome da je ta konstanta, recimo, nepozitivna. Posebno, mogao bi postojati intrigantan odnos između prirode singularnosti i prirode beskonačnosti. Beskonačnost je prostorna ako je kozmološka konstanta pozitivna, ali je nulta ako je konstanta jednaka nuli. U skladu s tim, moglo bi se ponekad pokazati da su singularnosti vremenske (što znači gole, tj. narušavaju kozmičku cenzuru) ako je kozmološka konstanta pozitivna, ali možda singularnosti ne mogu biti vremenske (tj. zadovoljavaju kozmičku cenzuru) ako je konstanta jednaka nuli.



Crtež 2.3. Uzročni odnosi između NP-ova: (1) A uzročno prethodi B; (2) A kronološki prethodi B; (3) A i B su prostorno odvojeni.

Da bismo raspravili vremensku ili prostornu prirodu singularnosti, dopustite da objasnim uzročne odnose među NP-ovima. Poopćavajući uzročnost među točkama, možemo reći da NP A uzročno prethodi NP-u B, ako je $A \subset B$; i da A kronološki prethodi B, ako postoji PNP P takav da vrijedi $A \subset P \subset B$. Mi za A i B kažemo da su prostorno odvojeni ako nijedan uzročno ne prethodi drugom (crtež 2.3).

Jaka kozmička cenzura može se izraziti riječima da generičke singularnosti nisu nikad vremenske. Prostorne (ili nulte) singularnosti mogu biti prošle ili buduće vrste. Stoga, ako vrijedi jaka kozmička cenzura, singularnosti se dijele na dvije klase:

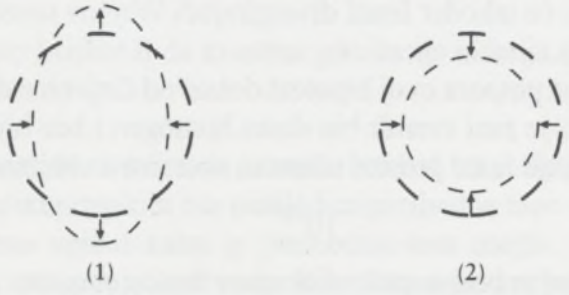
(P) prošle vrste, definirane KNB-ovima
(B) buduće vrste, definirane KNP-ovima.

Gole singularnosti mogle bi ujediniti te dvije mogućnosti u jednu, jer bi gola singularnost bila KNP i KNB istovremeno. Prema tome, činjenica da su ove dvije klase različite jest posljedica kozmičke cenzure. Tipični primjeri klase (B) su singularnosti u crnim jamama i Veliko sažimanje (ako postoji), a klase (P) Veliki prasak i možda bijele jame (ako postoje). Ja ne vjerujem stvarno da je vjerojatno da će doći do Velikog sažimanja (iz ideoloških razloga na koje ću doći u završnom predavanju), a bijele jame su puno više nevjerojatne, jer se one ne pokoravaju drugom zakonu termodinamike.

Možda dvije vrste singularnosti zadovoljavaju potpuno različite zakone. Možda bi zakoni kvantne gravitacije zaista za njih trebali biti posve različiti. Mislim da se Stephen Hawking ovdje ne slaže sa mnom [SWH: "Tako je!"], ali slijedeće smatram dokazima u korist ovog prijedloga:

(1) Drugi zakon termodinamike.
(2) Opažanja ranog svemira (npr. COBE), koja ukazuju da je bio vrlo jednolik.
(3) Postojanje crnih jama (zapravo opaženih).

Iz (1) i (2) može se dokazivati da je singularnost Velikog praska bila izuzetno jednolika, a iz (1) da u njoj nema bijelih jama (jer bijele jame grubo narušavaju drugi zakon termodinamike). Dakle, vrlo različiti zakoni moraju vrijediti za singularnosti crnih jama (3). Da bismo točnije opisali ovu razliku, prisjetimo se da je prostorvremenska zakrivljenost opisana Riemannovim tenzorom R_{abcd}, koji je zbroj Weylovog tenzora C_{abcd} (koji opisuje plimne distorzije koje čuvaju obujam do prvog reda) i dijela ekvivalentnog Riccijevom tenzoru R_{ab} (pomnoženom s metrikom g_{cd}, s odgovarajuće razmještenim indeksima), koji opisuje distorzije što smanjuju obujam (crtež 2.4).



Crtež 2.4. Ubrzavajući učinci prostorvremenske zakrivljenosti: (1) plimna distorzija zbog Weylove zakrivljenosti; (2) pojava smanjivanja volumena zbog Riccijeve zakrivljenosti.

U standardnim kozmološkim modelima (po Friedmannu, Lemaîtreu, Robertsonu i Walkeru – zajedno FLRW modeli; vidi, npr. Rindler 1977) Veliki prasak ima iščezavajući Weylov tenzor. (Postoji i obrat ovoga, kojeg je dokazao R.P.A.C. Newman, u kojem svemir s početnom singularnosti konformno pravilne vrste s iščezavajućim Weylovim tenzorom mora, ako vrijede prikladne jednadžbe stanja, biti FLRW svemir; vidi Newman 1993). S druge strane, singularnosti crnih/bijelih jama imaju (u generičkom slučaju) divergirajući Weylov tenzor. Ovo navodi na sljedeće:

Weylova hipoteza zakrivljenosti

– Za singularnosti početne vrste (P) vrijedi ograničenje da moraju imati iščezavajući Weylov tenzor.

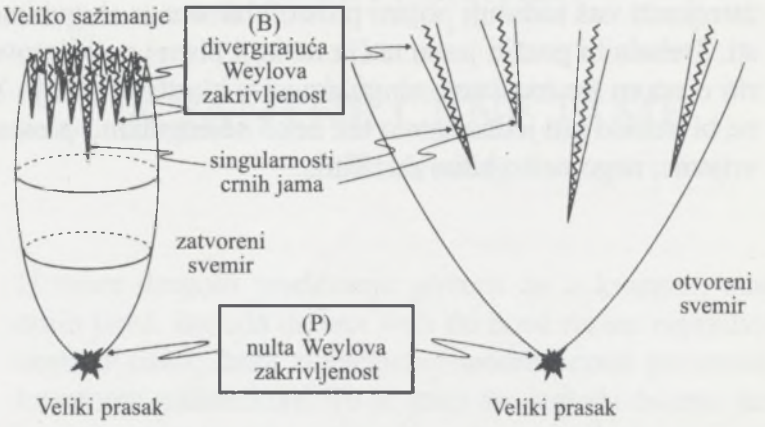
– Za singularnosti završne vrste (B) nema ograničenja.

Ovo je u dobrom slaganju s onim što vidimo. Ako je svemir zatvoren, završna singularnost (Veliko sažimanje) imat će divergirajući Weylov tenzor, u otvorenom svemiru stvorene crne jame će također imati divergirajući Weylov tenzor (vidi crtež 2.5.).

Daljnja potpora ovoj hipotezi dolazi od činjenice da ograničenje da je rani svemir bio dosta homogen i bez bijelih jama smanjuje fazni prostor u ranom svemiru za najmanje

$$10^{10^{123}}$$

puta. (Ovaj je broj dopustivi obujam faznog prostora za crnu jamu od 10^{80} bariona, kako slijedi iz Bekenstein-Hawkingove formule entropije crnih jama – Bekenstein 1972, Hawking 1975 – a svemir ima barem toliko tvari.) Morao bi, dak-



Crtež 2.5. Weylova hipoteza zakrivljenosti: početne singularnosti (Veliki prasak) podložne su ograničenju da imaju iščezavajuću Weylovu zakrivljenost, dok se za završne singularnosti očekuje da Weylova zakrivljenost divergira.

le, postojati zakon koji prisiljava ostvarenje ovog prilično malo vjerojatnog rezultata! Weylova hipoteza zakrivljenosti osigurala bi takvu vrstu zakona.

PITANJA I ODGOVORI

Pitanje: Mislite li da kvantna gravitacija uklanja singularnosti?

Odgovor: Ne mislim da to može biti baš tako. Da je tome tako, Veliki prasak bi bio posljedica prethodne faze sažimanja. Moramo upitati kako je prethodna faza mogla imati tako nisku entropiju. Ovakva bi slika žrtvovala najbolju priliku koju imamo za objašnjavanje drugog zakona. Štoviše, singularnosti sažimajućih i širećih se svemira morale bi nekako biti međusobno povezane, ali one izgleda imaju vrlo različite

geometrije. Istinska teorija kvantne gravitacije trebala bi zamijeniti naš sadašnji pojam prostorvremena u singularnosti. Trebala bi pružiti jasan način na koji bismo mogli govoriti o onom što nazivamo singularnost u klasičnoj teoriji. To ne bi trebalo biti jednostavno tek neko nesingularno prostorvrijeme, nego nešto bitno različito.

TREĆE POGLAVLJE

KVANTNE CRNE JAME

S. W. Hawking

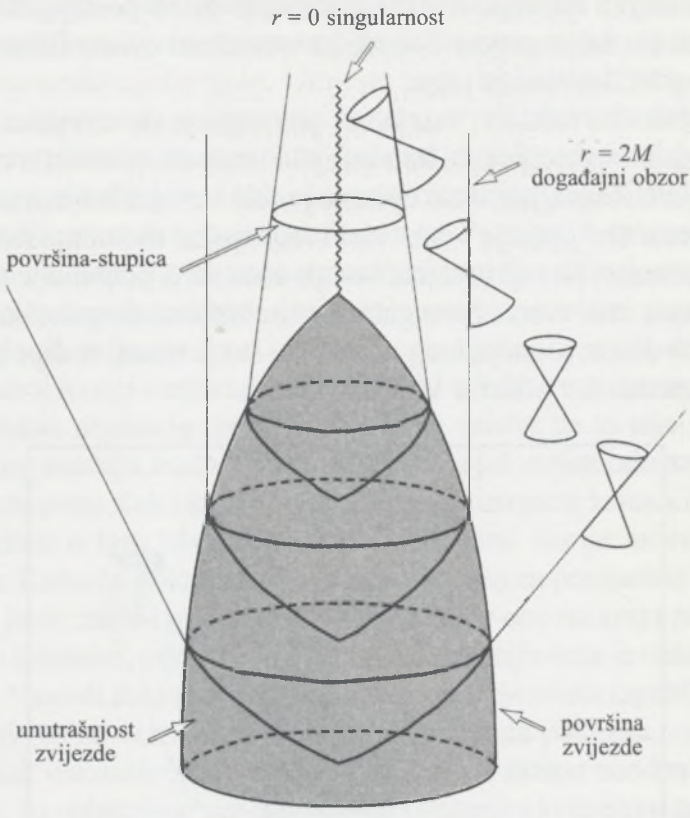
U mom drugom predavanju govorit ću o kvantnoj teoriji crnih jama. Izgleda da ona vodi do nove razine nepredvidivosti u fizici, osim uobičajene neodređenosti povezane s kvantnom mehanikom. To je stoga što izgleda da crne jame imaju same po sebi svoju unutarnju entropiju i gube informaciju iz našeg područja svemira. Trebao bih reći da su ove tvrdnje prijeporne: mnogi ljudi koje se bave kvantnom gravitacijom, uključujući gotovo sve one koji su došli iz područja fizike čestica, nagonski bi odbacili zamisao da se informacija o kvantnom stanju sustava može izgubiti. Međutim, oni su imali vrlo malo uspjeha pokušavajući pokazati kako informacija može izaći iz crne jame. Konačno će, vjerujem, biti prisiljeni prihvatiti moju sugestiju da se informacija gubi, jednako kao što su bili prisiljeni složiti se da crne jame zrače, što je bilo protiv svih njihovih prethodnih zamisli.

Trebao bih započeti podsjećajući vas na klasičnu teoriju crnih jama. Vidjeli smo u prošlom predavanju da je gravitacija uvijek privlačna, barem u uobičajenim okolnostima. Kad bi gravitacija bila ponekad privlačna, a ponekad odbojna, poput elektrodinamike, ne bismo je nikad primijetili, budući da je oko 10^{40} puta slabija. Samo zato što je gravitacija uvijek istog predznaka, gravitacijska sila između čestica dvaju makroskopskih tijela, poput nas i Zemlje, se zbraja, da bi dala silu koju možemo osjetiti.

Činjenica da je gravitacija privlačna znači da će nastojati privući tvar u svemiru na okup da bi oblikovala objekte poput

zvijezda i galaktika. Ovi se mogu sami odupirati protiv daljnjeg sažimanja svojim termalnim tlakom, u slučaju zvijezda, ili vrtnjom i unutarnjim gibanjima, u slučaju galaktika. Konačno će, međutim toplina ili kutna količina gibanja biti iscrpljena i objekt će se početi sažimati. Za masu manju od otprilike jedne i pol mase Sunca, sažimanje može biti zaustavljeno degeneracijskim tlakom elektrona ili neutrona. Takav će se objekt na kraju smiriti kao bijeli patuljak, odnosno kao neutronska zvijezda. Međutim, ako je masa veća od ove granične, ne postoji ništa što bi ga održalo i spriječilo da se nastavi sažimati. Kad se jednom skupi do kritične veličine, gravitacijsko polje na njegovoj će površini biti toliko jako da će svjetlosni stošci biti povijeni prema unutra, kao na crtežu 3.1. Volio bih da sam vam mogao nacrtati četverodimenzijsku sliku. Nažalost, vladina ograničenja značila su da si Sveučilište Cambridge može priuštiti samo dvodimenzijske zaslone. Stoga sam prikazao vrijeme u okomitom smjeru i upotrijebio perspektivu da bih prikazao dva od tri prostorna smjera. Vidite da su čak i izlazne svjetlosne zrake povijene jedna prema drugoj, pa dakle konvergiraju, umjesto da divergiraju. To znači da postoji zatvorena površina-stupica, što je jedan od alternativnih trećih uvjeta u Hawking-Penroseovom teoremu.

Ako je pretpostavka o kozmičkoj cenzuri ispravna, površina-stupica i singularnost koju predviđa ne mogu biti vidljive izdaleka. Mora, dakle, postojati područje prostorvremena iz kojeg nije moguće pobjeći u beskonačnost. To područje nazivamo crnom jamom. Njena granica zvana događajni obzor je nulta površina koju tvore svjetlosne zrake koje upravo ne uspijevaju pobjeći u beskonačnost. Kako smo vidjeli u prošlom predavanju, poprečni presjek događajnog obzora ne može se nikad smanjiti, barem u klasičnoj teoriji. To, i račun smetnje sfernog urušavanja, nagovješćuju da će se crne jame na kraju zaustaviti u stacionarnom stanju. Teorem "bez kose", kojeg smo udruženim radom dokazali Israel, Carter, Ro-

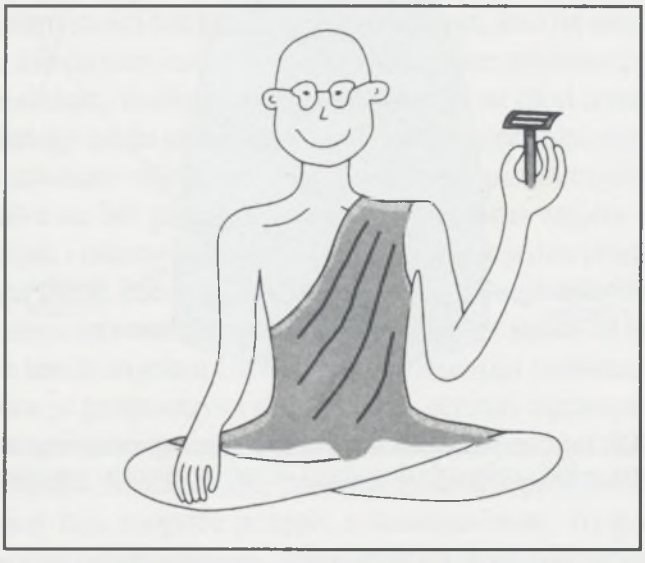


Crtež 3.1. Prostorvremenska slika urušavanja zvijezde, čime nastaje crna jama, a koja pokazuje događajni obzor i zatvorenu površinu-stupicu.

binson i ja, pokazuje da jedine stacionarne crne jame u nepostojanjui polja tvari jesu Kerrova rješenja. Opisuju ih dva parametra, masa M i kutna količina gibanja J. Robinson je proširio teorem "bez kose" na slučaj u kojem postoji elektromagnetsko polje. Time je dodan treći parametar Q, električni naboj (vidi okvir). Teorem "bez kose" nije dokazan za Yang-Millsovo polje, ali izgleda da je jedina razlika dodatak jednog ili više cijelih brojeva za obilježavanje diskretne porodice

nestabilnih rješenja. Može se pokazati da ne postoje daljnji kontinuirani stupnjevi slobode za vremenski ovisne Einstein-Yang-Millsove crne jame.

Ono što teoremi "bez kose" pokazuju je da se velika količina informacije gubi kad se tijelo uruši da bi stvorilo crnu jamu. Urušavajuće tijelo opisano je vrlo velikim brojem parametara. Oni opisuju vrste tvari i multipolne momente raspodjele mase. Nasuprot tome, nastala crna jama potpuno je neovisna o vrsti tvari i brzo gubi sve multipolne momente osim prvih dvaju: monopolnog momenta, što je masa, te dipolnog momenta, što je kutna količina gibanja.



Teorem "bez kose". Stacionarne crne jame opisane su masom M, kutnom količinom gibanja J i električnim nabojem Q.

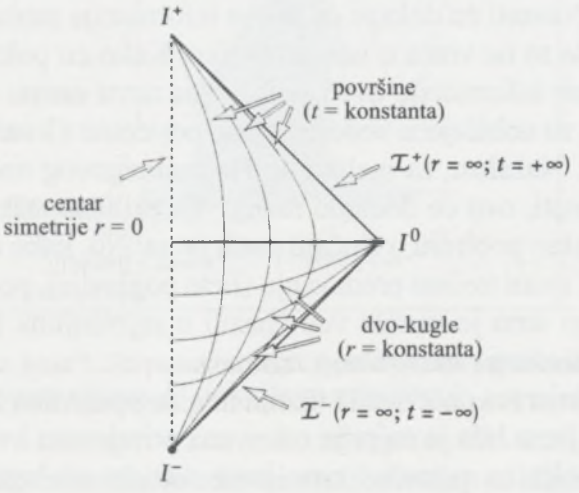
Ovaj gubitak informacije nije bio toliko važan u klasičnoj teoriji. Moglo bi se reći da sva informacija o urušavajućem tijelu još uvijek postoji unutar crne jame. Za promatrača izvan crne jame bilo bi jako teško odrediti kakvo je bilo uruša-

vajuće tijelo. U klasičnoj je teoriji to, međutim, još uvijek bilo u načelu moguće. Promatrač ne bi zapravo nikad izgubio iz vida urušavajuće tijelo. Umjesto toga, izgledalo bi mu da se ono usporava i postaje vrlo mutno pri približavanju događajnom obzoru. Promatrač bi ipak još uvijek mogao vidjeti od čega je načinjeno i kako je masa raspodijeljena. Kvantna je teorija, međutim, promijenila sve to. Ponajprije, urušavajuće tijelo odaslalo bi samo ograničeni broj fotona prije nego bi prešlo događajni obzor. Oni bi bili posve nedovoljni za prijenos svih informacija o urušavajućem tijelu. To znači da u kvantnoj teoriji vanjski promatrač ne bi nikako mogao izmjeriti stanje urušenog tijela. Moglo bi se misliti da to nije od velikog značaja, budući da bi informacija još uvijek bila unutar crne jame, čak i kad je ne bismo mogli izmjeriti izvana. Tu međutim u igru ulazi drugi utjecaj kvantne teorije na crne jame. Kako ću pokazati, kvantna teorija ima za posljedicu da crne jame zrače i gube masu. Izgleda da će one na kraju potpuno iščeznuti, odnoseći sa sobom informaciju koja je unutar njih. Navesti ću dokaze da je ova informacija zaista izgubljena i da se ne vraća u nekom obliku. Kako ću pokazati, ovaj gubitak informacije uveo bi u fiziku novu razinu neodređenosti, zu uobičajene neodređenosti povezane s kvantnom teorijom. Nažalost, za razliku od Heisenbergovog načela neodređenosti, ovu će dodatnu razinu biti prilično teško eksperimentalno potvrditi u slučaju crnih jama. No, kako ću dokazivati u mom trećem predavanju (Peto poglavlje), postoji način na koji smo je možda već opazili u mjerenjima fluktuacija pozadinskog mikrovalnog zračenja.

Činjenica da kvantna teorija ima za posljedicu zračenje iz crnih jama bila je najprije otkrivena primjenom kvantne teorije polja na pozadini crne jame nastale urušavanjem. Da bismo vidjeli kako se dolazi do toga, od pomoći je koristiti ono što se uobičajeno naziva Penroseovim dijagramima. Mislim, međutim, da bi se sâm Penrose složio da bi ih u stvari tre-

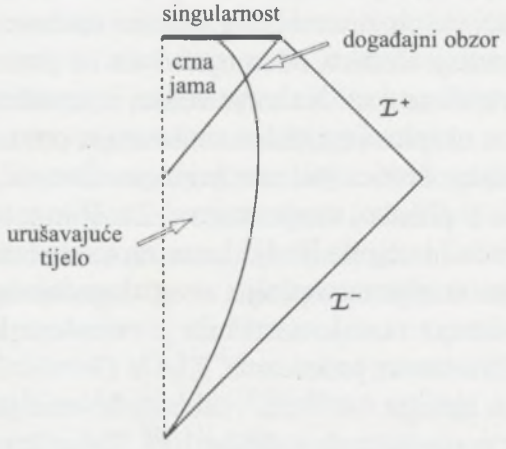
balo zvati Carterovim dijagramima, jer je Carter bio prvi koji ih je sustavno koristio. U sfernom urušavanju prostorvrijeme neće ovisiti o kutovima θ i ϕ. Sva geometrija ograničena je na *r-t* ravninu. Kako je svaka dvodimenzijska ravnina konformna ravnom prostoru, moguće je predstaviti uzročnu strukturu dijagramom u kojem su nul crte u *r-t* ravnini nagnute za $\pm 45^0$ u odnosu na okomicu.

Počnimo s ravnim prostorom Minkowskog, koji ima Carter-Penroseov dijagram u obliku trokuta koji stoji na jednom svom vrhu (crtež 3.2). Dvije dijagonalne stranice zdesna odgovaraju prošlim i budućim nul-beskonačnostima koje sam spominjao u mom prvom predavanju. One su zaista u beskonačnosti, ali se sve udaljenosti skraćuju za konformni množitelj kako se približavamo prošloj ili budućoj nultoj beskonačnosti. Svaka točka ovog trokuta odgovara dvo-kugli polumjera *r*, na okomitoj crti slijeva koja predstavlja centar simetrije $r = 0$, a $r \to \infty$ na desnoj strani dijagrama.



Crtež 3.2. Carter-Penroseov dijagram za prostor Minkowskog.

Iz dijagrama je lako vidljivo da je svaka točka u prostoru Minkowskog u prošlosti buduće nulte beskonačnosti $\mathcal{I}^+$. To znači da nema crnih jama ni događajnog obzora. Ako, međutim, postoji sferno tijelo koje se urušava, dijagram je prilično različit (crtež 3.3). U prošlosti izgleda jednako, ali je sad gornji vrh trokuta odrezan i zamijenjen vodoravnom granicom. To je singularnost koju predviđa Hawking-Penroseov teorem. Vidi se da postoje točke ispod ove vodoravne crte koje nisu u prošlosti buduće nulte beskonačnosti $\mathcal{I}^+$. Drugim riječima, postoji crna jama. Događajni obzor, granica crne jame, je dijagonalna crta koja se spušta od gornjeg desnog kuta i susreće se s okomicom koja odgovara centru simetrije.



Crtež 3.3. Carter-Penroseov dijagram za zvijezdu koja se urušavanjem pretvara u crnu jamu.

Možemo razmatrati skalarno polje ϕ na ovakvoj pozadini. Da je prostorvrijeme vremenski neovisno, rješenje valne jednadžbe koje sadrži samo pozitivne frekvencije na $\mathcal{I}^-$, imalo bi također pozitivne frekvencije na $\mathcal{I}^+$. To bi značilo da nema stvaranja čestica i na $\mathcal{I}^+$ nema izlazećih čestica ako skalarne čestice početno ne postoje.

Međutim, metrika je vremenski ovisna tijekom urušavanja. To ima za posljedicu da rješenje koje ima pozitivne frekvencije na $\mathcal{I}^-$, djelomično sadrži negativne frekvencije kad stigne do $\mathcal{I}^+$. Ovo miješanje moguće je izračunati uzimajući val s vremenskom ovisnošću oblika $e^{-i\omega u}$ na $\mathcal{I}^+$ i šireći ga unatrag do $\mathcal{I}^-$. Učinimo li to, nalazimo da dio vala koji prolazi blizu obzora ima veliki plavi pomak. Začudno, pokazuje se da je miješanje neovisno o pojedinostima urušavanja u granici prošlih vremena. Ono ovisi jedino o površinskoj gravitaciji κ koja mjeri jakost gravitacijskog polja na obzoru crne jame. Miješanje pozitivnih i negativnih frekvencija dovodi do stvaranja čestica.

Kad sam prvi put proučavao ovu pojavu 1973., očekivao sam da ću naći eksploziju zračenja tijekom urušavanja, ali da će zatim stvaranje čestica odumrijeti i da će preostati crna jama koja je uistinu crna. Na moje veliko iznenađenje, našao sam da nakon eksplozije tijekom urušavanja, preostaje stvaranje i emitiranje čestica stalnom brzinom. Štoviše, zračenje je bilo upravo toplinsko, temperature $\kappa/2\pi$. Bilo je to baš ono što je trebalo da bi učinilo dosljednom zamisao da crna jama ima entropiju razmjernu oplošju svog događajnog obzora. Nadalje, konstanta razmjernosti bila je određena kao jedna četvrtina u Planckovim jedinicama, gdje je $G = c = \hbar = 1$. Tada je jedinica oplošja 10^{-66} cm^2, tako da bi crna jama mase Sunca imala entropiju reda veličine 10^{78}. Ta veličina odražava ogroman broj različitih načina na koje je mogla biti načinjena.

Toplinsko zračenje crne jame

Temperatura $T = \dfrac{\kappa}{2\pi}$

Entropija $S = \dfrac{1}{4}A$

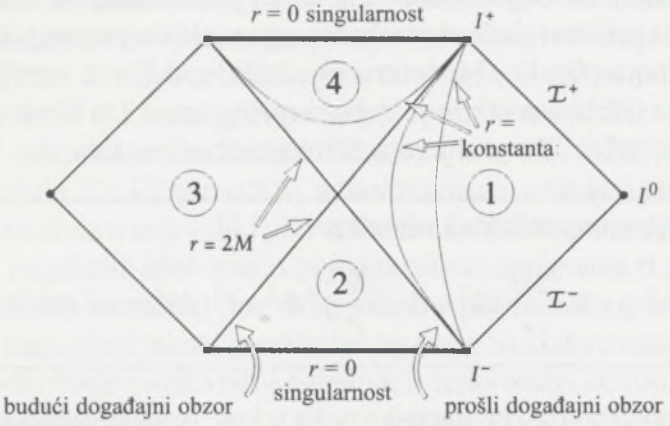
Kada sam otkrio zračenje iz crnih jama, činilo se čudesnim da prilično složena izračunavanja vode do zračenja koje je točno toplinsko. Međutim, zajednički rad Kima Hartlea i Garyja Gibbonsa otkrio je duboki razlog tome. Da bih to objasnio, počet ću s primjerom Schwarzschildove metrike.

Schwarzschildova metrika

$$ds^2 = -(1-\frac{2M}{r})dt^2 + (1-\frac{2M}{r})^{-1}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Ovo predstavlja gravitacijsko polje u koje bi se konačno smirila crna jama kad bi bila nerotirajuća. U uobičajenim r i t koordinatama postoji prividna singularnost za Schwarzschildov polumjer $r = 2M$. Međutim, tome je uzrok samo loš odabir koordinata. Moguće je odabrati drukčiji koordinatni sustav u kojima je za tu vrijednost metrika regularna.

Carter-Penroseov dijagram ima oblik dijamanta sa zaravnjenim gornjim i donjim vrhom (crtež 3.4). Dvije nulte površine na kojima je $r = 2M$ dijele ga u četiri područja. Područje zdesna označeno ① je asimptotski ravan prostor u kojem, pretpostavlja se, mi živimo. On ima prošle i buduće nulte beskonačnosti $\mathcal{I}^-$ i $\mathcal{I}^+$ kao ravno prostorvrijeme. Drugo asimptotski ravno područje ③ slijeva izgleda da odgovara drugom svemiru koji je s našim povezan samo crvotočinom. Kako ćemo vidjeti, međutim, on je s našim područjem povezan imaginarnim vremenom. Nulta površina koja se pruža od dolje lijevo do gore desno je granica područja iz kojeg je moguće pobjeći u beskonačnost zdesna. Dakle, to je budući događajni obzor, pri čemu je epitet budući dodan da bismo ga razlikovali od prošlog događajnog obzora koji se proteže od dolje desno do gore lijevo.



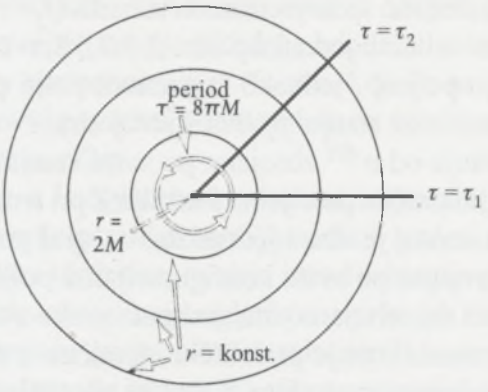
Crtež 3.4. Carter-Penroseov dijagram vječne Schwarzschildove crne jame.

Vratimo se sada Schwarzschildovoj metrici u izvornim r i t koordinatama. Ako stavimo $t = i\tau$, dobivamo pozitivno definiranu metriku. Takve pozitivno definirane metrike nazivat ću euklidskima, iako one mogu biti zakrivljene. U Euklid-Scwarzschildovoj metrici ponovo postoji prividna singularnost za $r = 2M$. Moguće je, međutim, definirati novu radijalnu koordinatu x da je $4M(1 - 2Mr^{-1})^{1/2}$.

Euklid-Schwarzschildova metrika

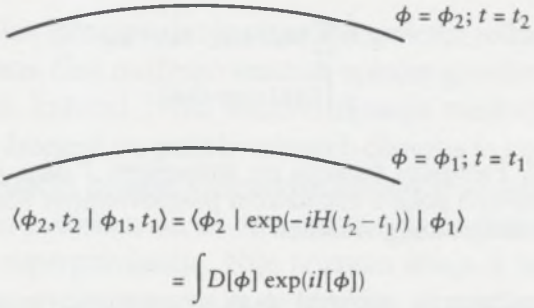
$$ds^2 = x^2\left(\frac{d\tau}{4M}\right)^2 + \left(\frac{r^2}{4M^2}\right)^2 dx^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Metrika u x-τ ravnini tada postaje nalik ishodištu polarnih koordinata ako koordinata τ poprima identične vrijednosti s periodom $8\pi M$. Na sličan način, druge metrike euklidskih crnih jama imat će prividne singularnosti na svojim obzorima koje je moguće ukloniti dajući koordinati imaginarnog vremena identične vrijednosti s periodom $2\pi/\kappa$ (crtež 3.5).



Crtež 3.5. Euklid-Schwarzschildovo rješenje, u kojem τ periodički poprima identične vrijednosti.

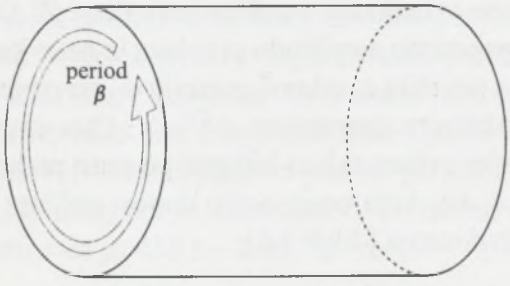
Koje je, dakle, značenje toga što imaginarno vrijeme poprima identične vrijednosti s nekim periodom β? Da bismo to vidjeli, razmotrimo amplitudu prijelaza iz neke konfiguracije polja ϕ_1 na površini t_1 u konfiguraciju ϕ_2 na površini t_2. Ona je dana matričnim elementom $e^{-iH(t_2-t_1)}$. Ovu amplitudu možemo također prikazati kao integral po putu preko svih polja ϕ između t_1 i t_2 koja odgovaraju danim poljima ϕ_1 i ϕ_2 na dvjema površinama (crtež 3.6).



Crtež 3.6. Amplituda prijelaza iz stanja ϕ_1 na t_1 u stanje ϕ_2 na t_2.

Odaberimo sada vremenski razmak $(t_2 - t_1)$ kao čisto imaginarnu veličinu jednaku β (crtež 3.7). Stavimo također da je početno polje ϕ_1 jednako konačnom polju ϕ_2 i zbrojimo po potpunoj bazi stanja ϕ_n. Na lijevoj strani imamo vrijednost očekivanja od $e^{-\beta H}$ zbrojenu po svim stanjima. To je upravo termodinamička parcijalna funkcija Z pri temperaturi $T = \beta^{-1}$.

Na desnoj je strani jednadžbe integral puta. Stavimo $\phi_1 = \phi_2$ i zbrojimo po svim konfiguracijama polja ϕ_n. To efektivno znači da računamo integral puta preko svih polja ϕ u prostorvremenu koje je periodički identično u smjeru imaginarnog vremena s periodom β. Dakle, parcijalna funkcija za polje ϕ pri temperaturi T dana je integralom puta preko svih polja u euklidskom prostorvremenu. To je prostorvrijeme periodično u smjeru imaginarnog vremena s periodom $\beta = T^{-1}$.



$$t_2 - t_1 = -i\beta, \qquad \phi_2 = \phi_1$$

$$Z = \sum \langle \phi_n \mid \exp(-\beta H) \mid \phi_n \rangle$$

$$= \int D[\phi] \exp(-i\hat{I}[\phi])$$

Slika 3.7. Parcijalna funkcija pri temperaturi T dana je integralom puta preko svih polja u euklidskom prostrovremenu perioda $\beta = T^{-1}$ u smjeru imaginarnog vremena.

Ako izračunamo integral puta u ravnom prostorvremenu identičnom s periodom β u smjeru imaginarnog vremena, dobivamo uobičajeni rezultat za parcijalnu funkciju zračenja

crnog tijela. Međutim, kako smo upravo vidjeli, Euklid-Schwarzschildovo rješenje je također periodično u imaginarnom vremenu s periodom $2\pi/\kappa$. To znači da će se polja na Schwarzschildovoj pozadini ponašati kao da su u termičkom stanju temperature $\kappa/2\pi$.

Periodičnost u imaginarnom vremenu objasnila je zašto zamršeni račun miješanja frekvencija vodi do zračenja koje je upravo toplinsko. Međutim, ovaj je izvod izbjegao problem vrlo visokih frekvencija koje sudjeluju u pristupu miješanja frekvencija. Moguće ga je također primijeniti kada postoje međudjelovanja između kvantnih polja na pozadini. Činjenica da se integral puta računa na periodičnoj pozadini ima za posljedicu da su sve fizikalne veličine poput vrijednosti očekivanja termičke. To bi bilo vrlo teško ustanoviti slijedeći pristup miješanja frekvencija.

Moguće je proširiti ova međudjelovanja da bi se uključilo međudjelovanja sa samim gravitacijskim poljem. Počinje se s pozadinskom metrikom g_0 kao što je na primjer Euklidsko-Schwarzschildova metrika koja je rješenje klasičnih jednadžbi polja. Djelovanje I tada se može razviti u red potencija po smetnjama δg oko g_0.

$$I[g] = I[g_0] + I_2(\delta g)^2 + I_3(\delta g)^3 + \ldots$$

Linearni član iščezava, jer je pozadina rješenje jednadžbi polja. Kvadratni član možemo smatrati opisom gravitona na pozadini, dok kubični i viši članovi opisuju međudjelovanja gravitona. Integral po putu kvadratnih članova je konačan. U čistoj gravitaciji postoje nerenormalizirajuće singularnosti u dvostrukim petljama, ali se one poništavaju s fermionima u teorijama supergravitacije. Nije poznato imaju li teorije supergravitacije divergencija u trostrukim ili petljama višeg reda, jer nitko nije bio dovoljno dobar ili ludo hrabar da ih pokuša izračunati. Neki noviji radovi ukazuju da bi one mogle

biti konačne u svim redovima. Čak i ako postoje divergencije u petljama višeg reda, to ne bi znatno mijenjalo stvari, osim u slučaju kad je pozadina zakrivljena na skali Planckove duljine, 10^{-33} cm.

Zanimljiviji od članova višeg reda je nulti član, djelovanje pozadinske metrike g_0:

$$I = -\frac{1}{16\pi}\int R(-g)^{\frac{1}{2}} d^4x + \frac{1}{8\pi}$$

$$\langle E \rangle = -\frac{d}{d\beta}(\log Z) = \frac{\beta}{8\pi}$$

Uobičajeno Einstein-Hilbertovo djelovanje u opće relativnosti je volumni integral skalarne zakrivljenosti R. Za vakuumska rješenja je jednako nuli, tako da bi se moglo pomisliti da je djelovanje Euklidsko-Schwarzschildovog rješenja jednako nuli. Postoji, međutim, površinski član u djelovanju razmjeran integralu od K, trag druge temeljne forme granične površine. Kad se uključi ovaj član i odbije površinski član za ravni prostor, dobije se da je djelovanje Euklid-Schwarzschildove metrike jednako $\beta^2/16\pi$, gdje je β period u imaginarnom vremenu u beskonačnosti. Slijedi da je glavni doprinos integralu puta za

$$Z = \sum \exp(-\beta E_n) = \exp(-\frac{\beta^2}{16\pi})$$

$$Z = \sum \exp(-\beta E_n) = \exp(-\frac{\beta^2}{16\pi})$$

Deriviranjem log Z po periodu β dobije se vrijednost očekivanja energije ili, drugim riječima, masa:

$$\langle E \rangle = -\frac{d}{d\beta}(\log Z) = \frac{\beta}{8\pi}$$

To, dakle, daje masu. Ovo potvrđuje odnos između mase i perioda ili obrnute temperature, koji nam je već poznat. Moguće je, međutim, ići i dalje. Prema uobičajenim termodinamičkim razmatranjima, logaritam parcijalne funkcije jednak je negativnoj vrijednosti slobodne energije F podijeljenoj s temperaturom T:

$$\log Z = -\frac{F}{T}$$

Slobodna energija je zbroj mase ili energije i temperature pomnožene s entropijom S:

$$F = \langle E \rangle + TS$$

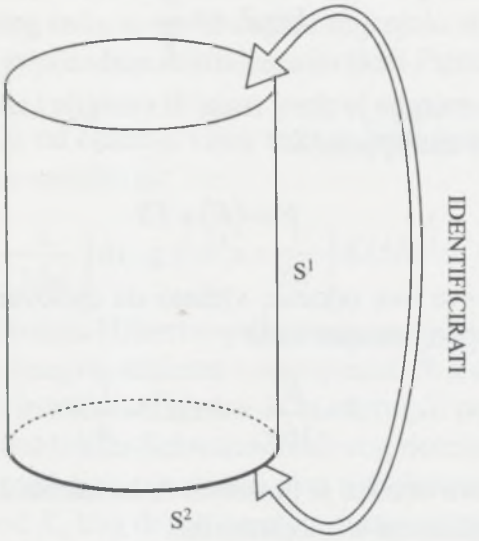
Koristeći sve ove odnose, vidimo da djelovanje crne jame daje entropiju jednaku $4\pi M^2$:

$$S = \frac{\beta^2}{16\pi} = 4\pi M^2 = \frac{1}{4}A.$$

To je upravo ono što je potrebno da bi zakoni crnih jama bili jednaki zakonima termodinamike.

Zbog čega dobivamo ovu unutarnju gravitacijsku entropiju za koju ne postoji paralela u drugim kvantnim teorijama polja? Razlog je što gravitacija dopušta različite topologije za prostorvremensku mnogostrukost. U slučaju koji smo razmatrali, Euklid-Schwarzschildovo rješenje ima granicu u beskonačnosti čija je topologija $S^2 \times S^1$. S^2 je velika prostorna dvokugla u beskonačnosti dok S^1 odgovara smjeru imaginarnog vremena koje periodički poprima iste vrijednosti (crtež 3.8).

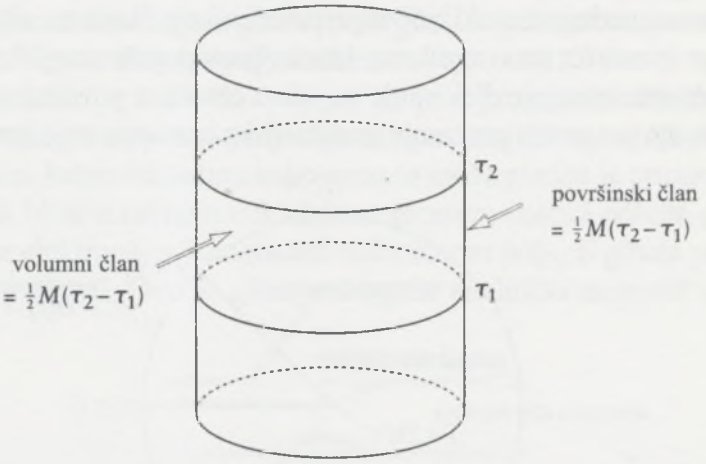
Ovu je granicu moguće ispuniti metrikama iz barem dviju različitih topologija. Jedna je, naravno, Euklid-Schwarzschildova metrika. Njena je topologija $R^2 \times S^2$, tj. euklidska dvoravnina pomnožena s dvo-kuglom. Druga je $R^3 \times S^1$, topologija euklidskog ravnog prostora periodički identičnog u smjeru imaginarnog vremena. Ove dvije topologije imaju različite Eulerove brojeve. Eulerov broj periodički identičnog ravnog prostora je nula, dok je za Euklid-Schwarzschildovo rješenje Eulerov broj jednak dva. Značaj ovoga je u sljedećem: u topologiji periodički identičnog ravnog prostora moguće je naći periodičnu funkciju vremena τ čiji je gradi-



Crtež 3.8. Granica u beskonačnosti u Euklid-Schwarzschildovom rješenju.

jent svugdje različit od nule i koja se podudara s imaginarnom vremenskom koordinatom na granici u beskonačnosti. Tada je moguće izračunati djelovanje područja između dviju površina τ_1 i τ_2. Postojat će dva doprinosa djelovanju, volumni integral po zbroju Lagrangiana tvari i Einstein-Hilbertovog Lagrangiana i površinski član. Ako je rješenje vremenski neovisno, površinski član po $\tau = \tau_1$ poništit će površinski član po $\tau = \tau_2$. Dakle, jedini čisti doprinos površinskom članu dolazi od granice u beskonačnosti. Jednak je polovici mase pomnoženoj s vremenskim intervalom $\tau_2 - \tau_1$. Ako je masa različita od nule, moraju postojati polja tvari različita od nule da bi stvorila masu. Može se pokazati da je volumni integral po zbroju Lagrangiana tvari i Einstein-Hilbertovog Lagrangiana također jednak $M(\tau_2 - \tau_1)/2$. Ukupno je djelovanje, dakle, jednako $M(\tau_2 - \tau_1)$ (crtež 3.9). Uvrstimo li ovaj doprinos u logaritam parcijalne funkcije u termodinamičkim formulama,

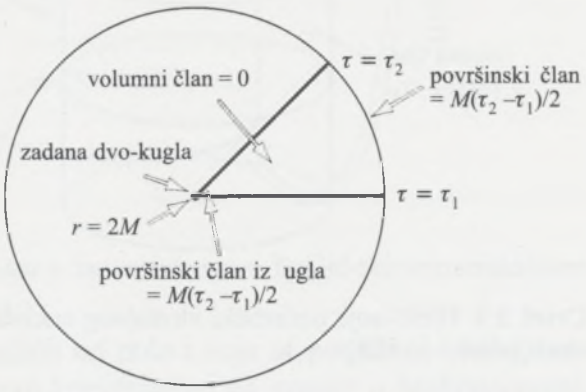
dobivamo da je vrijednost očekivanja energije upravo jednaka masi, kako je za očekivati. Međutim, entropijski doprinos od pozadinskog polja bit će jednak nuli.



Crtež 3.9. Djelovanje periodički identičnog euklidskog ravnog prostora jednako je $M(\tau_2 - \tau_1)$.

Stanje je, međutim, različito u slučaju Euklid-Schwarzschildovog rješenja. Kako je Eulerov broj dva, a ne nula, nije moguće naći funkciju vremena τ čiji je gradijent svugdje različit od nule. Najbolje što se može učiniti jest odabrati imaginarnu vremensku koordinatu Schwarzschildovog rješenja. Ono ima zadanu dvo-kuglu na obzoru, gdje se τ ponaša poput kutne koordinate. Izračuna li se sada djelovanje između dviju površina konstante vijednosti τ, volumni integral iščezava jer ne postoje polja tvari i skalarna zakrivljenost je jednaka nuli. Trag K površinskog člana u beskonačnosti ponovno daje $M(\tau_2 - \tau_1)/2$. Sada, međutim, postoji drugi površinski član na obzoru gdje se površine τ_1 i τ_2 susreću u uglu. Moguće je izračunati ovaj površinski član i vidjeti da je on također jednak $M(\tau_2 - \tau_1)/2$ (crtež 3.10). Dakle, ukupno djelovanje za

područje između τ_1 i τ_2 je $M(\tau_2 - \tau_1)$. Ako se uzme ovo djelovanje s $\tau_2 - \tau_1 = \beta$, proizlazi da je entropija jednaka nuli. Pogleda li se, međutim, djelovanje Euklidsko-Schwarzschildovog rješenja s četverodimenzijskog motrišta (umjesto 3+1), nema razloga za uključivanje površinskog člana na obzoru, jer je metrika tamo regularna. Izostavljanje površinskog člana na obzoru smanjuje djelovanje za jednu četvrtinu površine obzora, što je upravo unutarnja gravitacijska entropija crne jame.



Ukupno djelovanje uključujući doprinos iz ugla = $M(\tau_2 - \tau_1)$

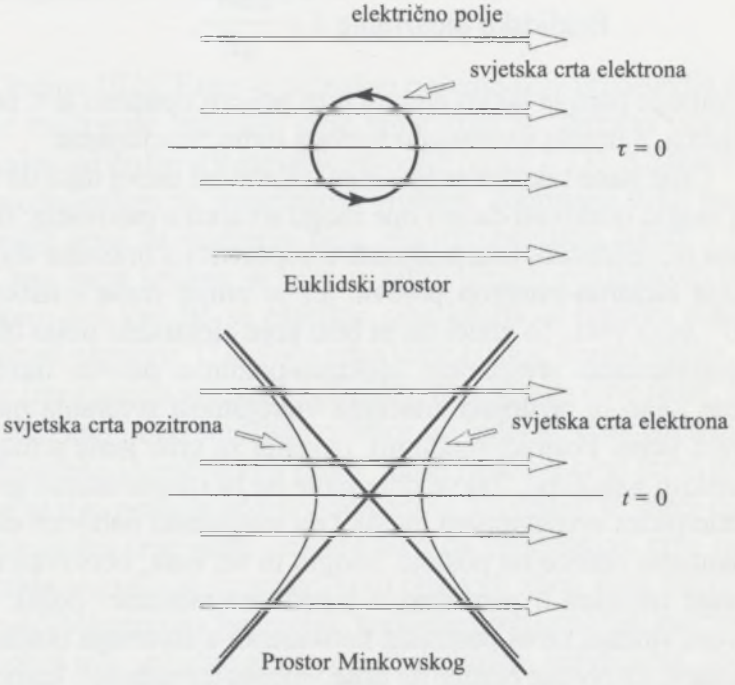
Ukupno djelovanje bez doprinosa iz ugla = $M(\tau_2 - \tau_1)/2$

Crtež 3.10. Ukupno djelovanje za Euklidsko-Schwarzschildovo rješenje jednako je $M(\tau_2 - \tau_1)/2$, budući da nije uključen doprinos ugla za $r = 2M$.

Činjenica da je entropija crnih jama povezana s topološkom invarijantom, Eulerovim brojem, je jak argument da će ona ostati čak ako budemo morali prijeći na fundamentalnije teorije. Ova je zamisao ravna prokletstvu za većinu fizičara koji se bave elementarnim česticama, koji su vrlo konzervativna skupina i žele sve učiniti sličnim Yang-Millsovoj teoriji. Oni se slažu da je zračenje iz crnih jama izgleda toplinsko i neovisno o tome kako je jama nastala, ako je jama velika u odno-

su na Planckovu duljinu. Oni bi, međutim, tvrdili da će, kad crna jama gubi masu i smanjuje se do Planckove veličine, kvantna teorija relativnosti biti narušena i bilo što će biti moguće. Uz sve to, opisat ću zamišljeni pokus s crnim jamama u kojem informacija izgleda da se gubi, a ipak zakrivljenost izvan obzora uvijek ostaje malom.

Poznato je već neko vrijeme da je u jakom električnom polju moguće stvarati parove pozitivno i negativno nabijenih čestica. Jedan od načina kako se na to može gledati je primjetiti da bi se u ravnom euklidskom prostoru čestica naboja q, poput elektrona, u jednolikom električnom polju E gibala po kružnoj stazi. Ovo je gibanje moguće analitički nastaviti iz



Crtež 3.11. U euklidskom prostoru, elektron u električnom polju giba se po kružnoj stazi. U prostoru Minkowskog, imamo par suprotno nabijenih čestica koje se ubrzano razilaze jedna od druge.

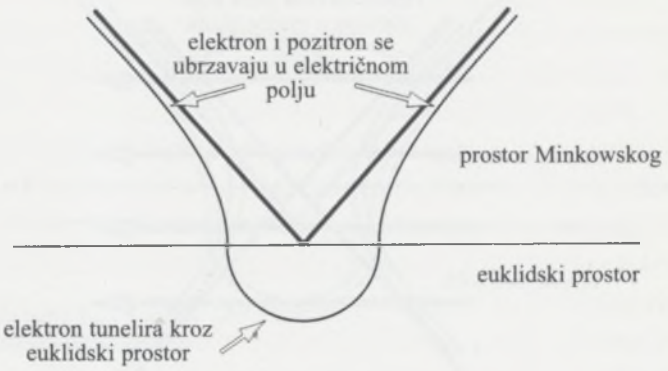
imaginarnog vremena τ na realno vrijeme t. Dobiva se par pozitivno i negativno nabijenih čestica koje se ubrzavaju jedna od druge odgurivane električnim poljem (crtež 3.11).

Proces stvaranja parova opisan je rezanjem napola dvaju dijagrama duž crta $t = 0$ ili $\tau = 0$. Nakon toga spojimo gornju polovicu dijagrama za prostor Minkowskog i donju polovicu dijagrama za euklidski prostor (crtež 3.12). Tako dobijemo sliku u kojoj su pozitivno i negativno nabijene čestice zapravo jedna te ista čestica. Ona tunelira kroz euklidski prostor da bi prešla s jedne svjetske crte prostora Minkowskog na drugu. U prvoj približnosti, vjerojatnost stvaranja para je e^{-I}, gdje vrijedi

$$\text{Euklidsko djelovanje } I = \frac{2\pi m^2}{qE}.$$

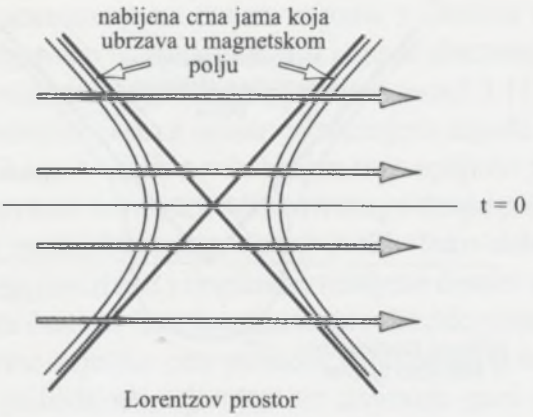
Stvaranje parova jakim električnim poljem opaženo je u pokusima, a brzina stvaranja odgovara ovim procjenama.

Crne jame također mogu imati električni naboj tako da bi se moglo očekivati da se i one mogu stvarati u parovima. Brzina bi, međutim, bila neznatna u usporedbi s brzinom stvaranja elektron-pozitron parova, jer je omjer mase i naboja 10^{20} puta veći. To znači da bi bilo koje električno polje bilo neutralizirano stvaranjem elektron-pozitron parova davno prije nego bi postojala značajna vjerojatnost stvaranja para crnih jama. Postoje, međutim, rješenja za crne jame s magnetskim nabojima. Takve crne jame ne bi mogle nastati gravitacijskim urušavanjem, budući da magnetski nabijene elementarne čestice ne postoje. Moglo bi se, ipak, očekivati da mogu nastajati u parovima u jakom magnetskom polju. U ovom slučaju ne bi postojala konkurencija stvaranja običnih čestica, jer obične čestice ne nose magnetske naboje. Tako bi magnetsko polje moglo postati dovoljno jako da se pojavi značajna vjerojatnost stvaranja para magnetski nabijenih crnih jama.

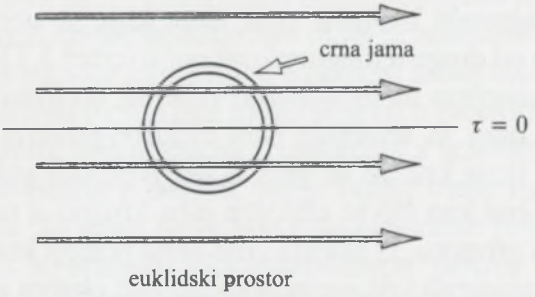


Crtež 3.12. Stvaranje para opisano je spajanjem polovice euklidskog dijagrama i polovice dijagrama Minkowskog.

Godine 1976. Ernst je pronašao rješenje koje predstavlja dvije magnetski nabijene crne jame koje se ubrzano udaljuju jedna od druge u magnetskom polju (crtež 3.13). Analitičkim produljenjem na imaginarno vrijeme, dobivamo sliku posve nalik onoj za stvaranje para elektron-pozitron (crtež 3.14). Crna jama kružno se giba u zakrivljenom euklidskom prostoru baš kao što se elektron giba kružno u ravnom euklidskom prostoru. U slučaju crne jame postoji komplikacija, jer je imaginarno vrijeme periodično oko obzora crne jame, jednako kao i oko središta kružnice po kojoj se crna jama giba. Potrebno je prilagoditi omjer mase i naboja crne jame da bi se ta dva perioda učinilo jednakima. Fizikalno to znači da se parametri crne jame odabiru tako da temperatura crne jame bude jednaka temperaturi koju ona vidi zbog svog ubrzavanja. Temperatura magnetski nabijene crne jame teži nuli kako naboj teži vrijednosti mase u Planckovim jedinicama. Stoga je za slaba magnetska polja, pa dakle i mala ubrzanja, uvijek moguće izjednačiti periode.



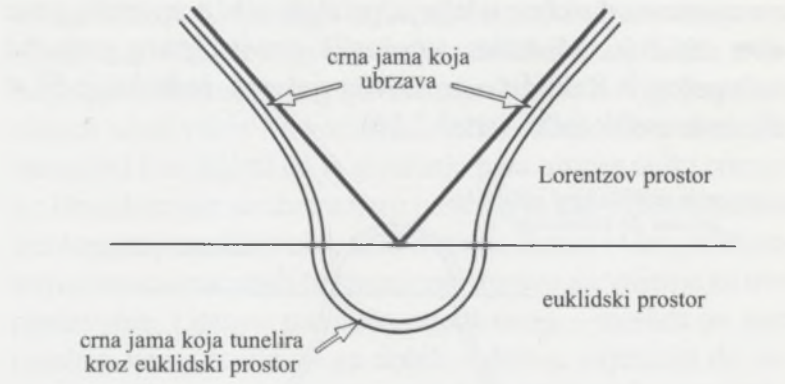
Crtež 3.13. Par suprotno nabijenih crnih jama koje se ubrzano razilaze jedna od druge u magnetskom polju.



Crtež 3.14. Nabijena crna jama koja se kružno giba u euklidskom prostoru

Kao i u slučaju stvaranja elektron-pozitron para, stvaranje para crnih jama moguće je opisati spajanjem donje polovice euklidskog rješenja s imaginarnim vremenom i gornje polovice rješenja u Lorentzovom prostoru s realnim vremenom (crtež 3.15).

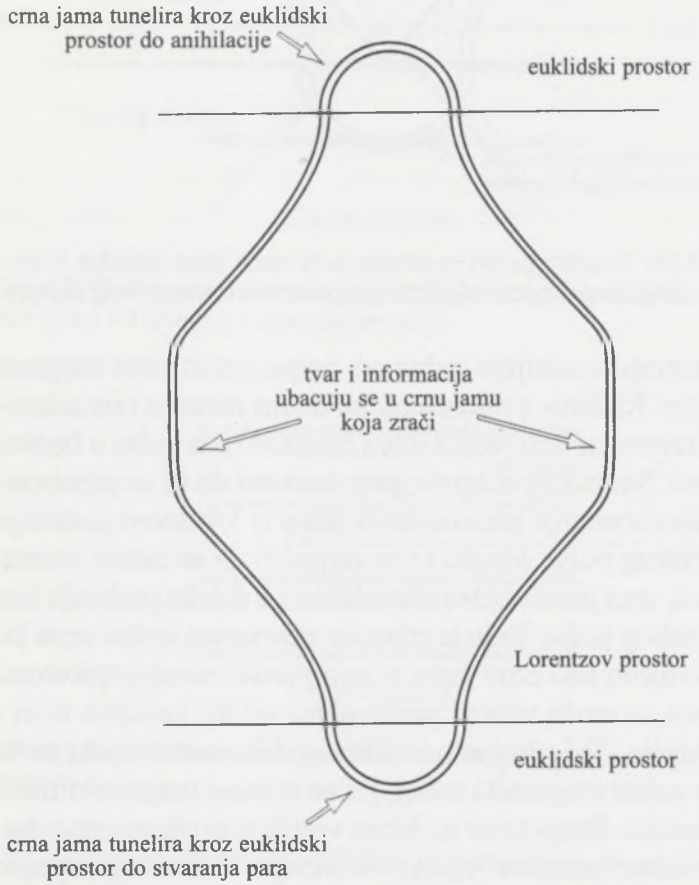
Može se zamišljati da crna jama tunelira kroz euklidsko područje i izlazi kao par suprotno nabijenih crnih jama koje



Crtež 3.15. Tuneliranje pri stvaranju para crnih jama također je opisano spajanjem polovice euklidskog i polovice Lorentzovog dijagrama.

se ubrzavajući udaljuju jedna od druge, jer ih vuče magnetsko polje. Rješenje s ubrzavajućim crnim jamama nije asimptotski ravno, jer teži jednolikom magnetskom polju u beskonačnosti. Svejedno, moguće ga je koristiti da bi se procijenilo brzinu stvaranja parova crnih jama u lokalnom području magnetskog polja. Moglo bi se zamisliti da se nakon stvaranja para, crne jame razdvajaju odlazeći u daleka područja bez magnetskog polja. Tada je moguće razmatrati svaku crnu jamu odvojeno kao crnu jamu u asimptotski ravnom prostoru. U svaku se može ubaciti proizvoljno veliku količinu tvari i informacije. Tada bi jame zračile i gubile masu. Ipak, ne bi mogle gubiti magnetski naboj, jer ne postoje magnetski nabijene čestice. Stoga bi se na kraju vratile u svoje početno stanje s masom neznatno većom od naboja. Nakon toga, moglo bi se dvije crne jame ponovo združiti i pustiti da se međusobno anihiliraju. Anihilaciju je moguće smatrati vremenski obrnutim procesom od stvaranja para. Stoga je ona predočena spajanjem gornje polovice euklidskog rješenja s donjom polovicom Lorentzovog rješenja. Između stvaranja para i anihilacije, moguć je dugotrajan Lorentzov period u kojem se

crne jame međusobno udaljuju, privlače sebi tvar, zrače, pa se opet združuju. Međutim, topologija gravitacijskog polja bit će topologija Euklidsko-ernstovog rješenja. Jednaka je $S^2 \times S^2$, uz izuzetak točke (crtež 3.16).



Crtež 3.16. Par crnih jama nastaje tuneliranjem i konačno se poništava ponovnim tuneliranjem.

Mogli bismo se zabrinuti da bi poopćeni drugi zakon termodinamike bio narušen pri anihilaciji crnih jama, jer bi površina obzora crne jame iščezla. Pokazuje se, međutim, da je po-

vršina obzora ubrzavanja u Ernstovom rješenju smanjena u odnosu na veličinu koju bi površina imala kad ne bi bilo stvaranja para. Proračun je prilično osjetljiv budući je površina obzora ubrzavanja beskonačna u oba slučaja. Ovo možemo razumjeti kao izjavu da je stvaranje para proces nulte energije; Hamiltonijan *sa* stvaranjem para isti je kao i Hamiltonijan *bez* tog procesa. Zahvalan sam Simonu Rossu i Garyju Horowitzu što su izračunali to smanjenje upravo na vrijeme za ovo predavanje. Upravo me čuda poput ovog – mislim na sam rezultat, ne na to što su ga dobili – drže u uvjerenju da termodinamika crne jame ne može biti samo niskoenergijska približnost. Vjerujem da gravitacijska entropija neće iščeznuti čak i ako budemo morali prijeći na temeljniju teoriju kvantne gravitacije.

Iz ovog zamišljenog pokusa je vidljivo da se unutarnja gravitacijska entropija i gubitak informacije dobiva ako je topologija prostorvremena različita od topologije ravnog prostora Minkowskog. Ako su crne jame stvorene kao par velike u usporedbi s Planckovom veličinom, zakrivljenost izvan obzora bit će svugdje mala u usporedbi s Planckovom veličinom. To znači da bi približnost koju sam načinio zanemarujući kubični i članove višeg reda u računu smetnje trebala biti dobra. Stoga bi zaključak da se informacija može gubiti u crnim jamama trebao biti pouzdan.

Ako se informacija gubi u makroskopskim crnim jamama, morala bi se jednako tako gubiti u procesima u kojima se pojavljuju mikroskopske, virtuelne crne jame zbog kvantnih fluktuacija metrike. Moguće je zamisliti da bi tvar i informacija mogle upasti u te crne jame i izgubiti se. Možda je to mjesto gdje su nestale sve izgubljene čarape. Veličine poput energije i električnog naboja koje su vezane s baždarnim poljima bile bi sačuvane, ali bi druge informacije i ukupni naboj bili izgubljeni. To bi imalo dalekosežne posljedice po kvantnu teoriju.

Uobičajeno se pretpostavlja da se sustav u čistom kvantnom stanju razvija na jedinstven način kroz slijed čistih kvantnih stanja. Ako se tijekom pojavljivanja i nestajanja crnih jama gube informacije, ne može, međutim, biti jedinstvenog razvoja. Umjesto toga, gubitak informacije značit će da će konačno stanje nakon nestanka crnih jama biti takozvano miješano kvantno stanje. Možemo ga promatrati kao skup različitih čistih kvantnih stanja, od kojih svako ima vlastitu vjerojatnost. Budući da sustav nije sa sigurnošću ni u jednom stanju, nije moguće svesti vjerojatnost konačnog stanja na nulu međusobno djelujući s bilo kojim od kvantnih stanja. To znači da gravitacija uvodi novu razinu nepredvidivosti u fiziku, povrh svega neodređenost koja je uobičajeno pridružena kvantnoj teoriji. Pokazat ću u sljedećem predavanju (Peto poglavlje) da smo možda već opazili ovu dodatnu neodređenost. To znači kraj nadi u znanstveni determinizam, nadi da bismo mogli sa sigurnošću predvidjeti budućnost. Izgleda da Bog još uvijek ima nekoliko karata u rukavu (crtež 3.17).

Crtež 3.17

ČETVRTO POGLAVLJE

KVANTNA TEORIJA I PROSTORVRIJEME

R. Penrose

Velike fizikalne teorije dvadesetog stoljeća su kvantna teorija (KT), specijalna teorija relativnosti (STR), opća teorija relativnosti (OTR) i kvantna teorija polja (KTP). Ove teorije nisu neovisne jedna o drugoj: opća teorija relativnosti izgrađena je na specijalnoj teoriji relativnosti, a kvantna teorija polja ima kao ulazne specijalnu teoriju relativnosti i kvantnu teoriju (vidi crtež 4.1).

Crtež 4.1 Velike fizikalne teorije dvadesetog stoljeća – i njihovi temeljni problemi.

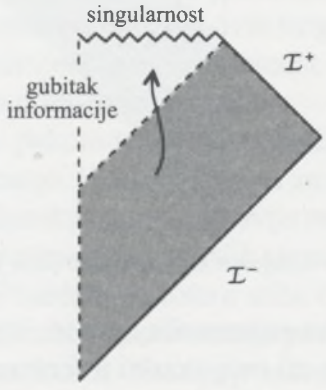
Kaže se da je kvantna teorija polja najtočnija fizikalna teorija ikad načinjena, s točnošću od oko jedan u 10^{11}. Želio bih, međutim, istaknuti da je opća teorija relativnosti, u određenom jasnom smislu, sad provjerena do točnosti od jedan u 10^{14} (i ta je točnost, izgleda, ograničena samo točnošću ura na Zemlji). Govorim o Hulse-Taylorovom dvojnom pulsaru PSR 1913+16, paru neutronskih zvijezda koje kruže jedna oko druge, od kojih je jedna pulsar. OTR predviđa polagano

smanjivanje staze (i skraćivanje perioda), jer se energija gubi zračenjem gravitacijskih valova. To je zaista i opaženo, i cjelokupni opis gibanja, koji uključuje s jedne strane njutnovske staze, preko popravaka OTR, pa sve do orbitalnog ubrzanja zbog gravitacijskog zračenja, u slaganju je s OTR (za koju uzimam da sadrži Newtonovu teoriju) s izvanrednom točnošću, koju sam spomenuo, kroz dvadeset godina prikupljenih promatranja. Otkrivači ovog sustava s punim su pravom dobili Nobelovu nagradu za svoj rad. Kvantni teoretičari su uvijek tvrdili da je, zbog točnosti njihove teorije, OTR ona koju bi trebalo mijenjati da odgovara njihovom kalupu, ali moje je mišljenje sada da je KTP ona koja mora uhvatiti korak.

Iako su sve ove četiri teorije bile izvanredno uspješne, nisu bez svojih problema. Problem KTP je u tome da kadgod se izračuna amplituda višestruko povezanih Feynmanovih dijagrama, rezultat je beskonačnost. Ove beskonačnosti moraju se ukloniti oduzimanjem ili skaliranjem tijekom postupka renormalizacije teorije. OTR predviđa postojanje prostor-vremenskih singularnosti. U KT postoji "problem mjerenja" – ovo ću opisati kasnije. Može se smatrati da rješenje različitih problema ovih teorija leži u činjenici da su one same po sebi nepotpune. Na primjer, mnogi predviđaju da bi KTP mogla na neki način "razmazati" singularnosti OTR. Problemi divergencije u KTP mogli bi biti djelomično riješeni ultraljubičastim odrezom iz OTR. Vjerujem da bi, slično, problem mjerenja mogao biti konačno razriješen kad se OTR i KT na odgovarajući način združe u neku novu teoriju.

Želio bih sada govoriti o gubitku informacija u crnim jamama, za što tvrdim da je od značaja za ovo zadnje pitanje. Slažem se s gotovo svim što je Stephen imao za reći o ovome. Međutim, dok Stephen smatra gubitak informacija zbog crnih jama dodatnom neodređenošću u fizici, pokraj i izvan neodređenosti u KT, ja to smatram "komplementarnom" neod-

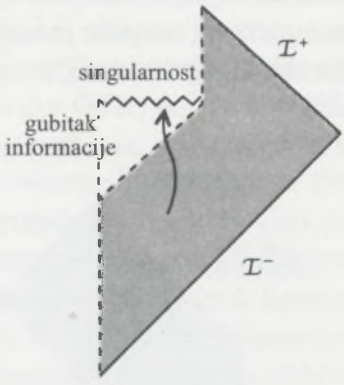
ređenošću. Dopustite da objasnim što pod tim mislim. U prostorvremenu s crnom jamom, moguće je vidjeti kako se zbiva gubitak informacija ako konstruiramo Carterov dijagram prostorvremena (crtež 4.2).



Crtež 4.2. Carterov dijagram urušavanja crne jame.

"Unutarnja informacija" zadana je na prošloj nul-beskonačnosti $\mathcal{I}^-$, a "vanjska informacija" na budućoj nul-beskonačnosti $\mathcal{I}^+$. Moglo bi se reći da se nedostajuća informacija gubi pri padu kroz obzor crne jame, ali ja više volim smatrati da se gubi kad susretne singularnost. Promotrimo sada urušavanje materijalnog tijela u crnu jamu, nakon čega slijedi isparavanje crne jame Hawkingovim zračenjem. (Svakako bi trebalo dugo čekati dok se to dogodi – možda dulje od vremena života svemira!) Slažem se sa Stephenovim gledanjem da se informacija gubi u ovoj slici urušavanja i isparavanja. Moguće je također nacrtati Carterov dijagram čitavog ovog prostorvremena (crtež 4.3).

Singularnost unutar crne jame je prostorna i ima veliku Weylovu zakrivljenost, u skladu s raspravom u mom prethodnom predavanju (Poglavlje 2). Moguće je da se mali dio informacije uspije spasiti u trenutku isparavanja crne jame, iz preostalog dijela singularnosti (koji, budući da je u prošlosti



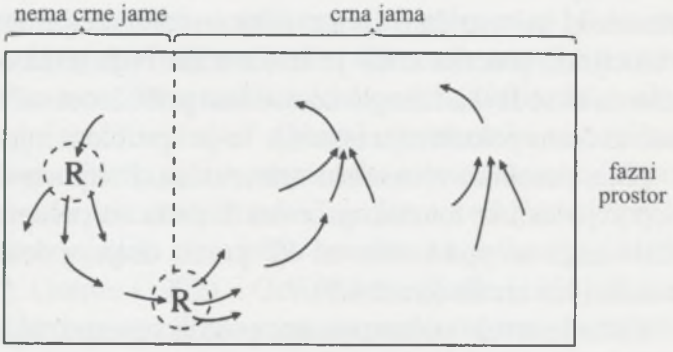
Crtež 4.3 Carterov dijagram isparavajuće crne jame.

za buduće vanjske promatrače, ima malu ili nikakvu Weylovu zakrivljenost), ali ovaj sićušni informacijski dobitak bit će mnogo manji od gubitka informacije u urušavanju (u onom što smatram bilo kojom razumnom slikom konačnog nestanka jame). Zatvorimo li cijeli ovaj sustav u prostranu kutiju, u zamišljenom pokusu, možemo razmatrati razvoj faznog prostora tvari unutar kutije. U području faznog prostora koji odgovara situacijama u kojima je crna jama prisutna, staze fizikalne evolucije će konvergirati, a volumeni koji slijede ove staze će se smanjivati. To je posljedica gubitka informacije u crnoj jami. Ovo smanjivanje je u izravnoj suprotnosti s teoremom obične klasične mehanike, zvanim *Liouvilleov teorem*, koji kaže da volumeni u faznom prostoru ostaju konstantni. (Ovo je klasični teorem. Strogo uzevši, morali bismo primijeniti kvantnu evoluciju u Hilbertovom prostoru. Narušavanje Liouvilleovog teorema tada bi odgovaralo neunitarnoj evoluciji.) Dakle, prostorvrijeme crne jame narušava ovaj zakon očuvanja. Međutim, u mojoj slici, ovaj gubitak faznog prostora uravnotežen je procesom "spontanog" kvantnog mjerenja u kojem se dobiva informacija i fazni se prostor povećava. Upravo zato smatram neodređenost zbog gubitka infor-

macije u crnim jamama "komplementarnom" neodređenosti u kvantnoj teoriji: jedna se odnosi prema drugoj kao dvije strane istog novčića (vidi crtež 4.4.).

Može se reći da prošle singularnosti nose malo informacija, dok buduće nose mnogo. To je ono što leži iza drugog zakona termodinamike. Asimetrija ovih singularnosti također je povezana s asimetrijom procesa mjerenja. Vratimo se stoga problemu mjerenja u kvantnoj teoriji.

Problem dviju pukotina može poslužiti kao ilustracija principa kvantne teorije. U takvoj postavi zraka svjetlosti obasjava neprozirnu zapreku na kojoj su dvije pukotine A i B. Pri tom nastaje interferentna slika svijetlih i tamnih pruga na zaslonu iza zapreke. Pojedinačni fotoni stižu do zaslona u diskretnim točkama, ali zbog interferencije postoje područja zaslona koja ne mogu doseći. Neka je *p* takva točka – usprkos rečenom, *p* bi se *moglo* doseći kad bi jedna ili druga od pukotina bila zatvorena. Ovakva destruktivna interferencija, pri kojoj se alternativne mogućnosti mogu ponekad poništiti, je jedna od najzačudnijih osobina kvantne mehanike. Ovo možemo razumjeti koristeći *načelo superpozicije* kvantne teorije, koje izriče da ako su putovi A i B mogući za foton, pri če-



Crtež 4.4. Do gubitka volumena faznog prostora dolazi kad postoji neka crna jama. Moguće ga je uravnotežiti dobitkom volumena faznog prostora zbog kolapsa valne funkcije **R.**

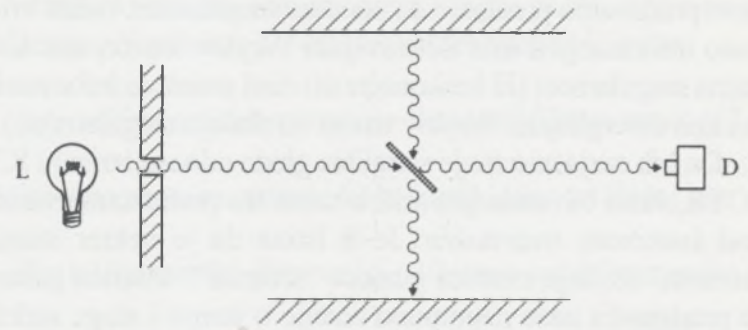
mu su odgovarajuća fotonska stanja označena s $|A\rangle$ i $|B\rangle$ – i pretpostavimo pritom da su to putovi po kojima bi foton mogao doseći točku *p*, prolazeći prvo kroz jednu pukotinu, ili prolazeći prvo kroz drugu – tada je isto tako moguća kombinacija $z|A\rangle + w|B\rangle$, gdje su *z* i *w* kompleksni brojevi.

Neprikladno je na bilo koji način promatrati *w* i *z* kao vjerojatnosti, budući da su to kompleksni brojevi. Stanje fotona je upravo takva kompleksna superpozicija. *Unitarna* evolucija kvantnog sustava (koju nazivam **U**) čuva superpozicije: ako je $zA_0 + wB_0$ superpozicija u vremenu $t = 0$, nakon nekog vremena *t* ona će evoluirati u $zA_t + wB_t$, gdje A_t i B_t predstavljaju odvojene evolucije dviju alternativa nakon vremena *t*. Pri mjerenju kvantnog sustava, gdje se kvantne alternative povećavaju da bi dale razlučive klasične rezultate, izgleda da se zbiva drukčija "evolucija", koju nazivamo *redukcija* vektora stanja ili "kolaps valne funkcije" (koje nazivam **R**). Vjerojatnosti se pojavljuju jedino kad se sustav "mjeri", u ovom smislu su relativne vjerojatnosti za pojavljivanje dvaju događaja $|z|^2 : |w|^2$.

U i **R** su vrlo različiti procesi: **U** je deterministički, linearan, lokalan (u konfiguracijskom prostoru) i vremenski simetričan. **R** je nedeterministički, izrazito nelinearan, nelokalan i vremenski asimetričan. Ova razlika između dvaju temeljnih evolucijskih procesa u KT je izvanredna. Nije nimalo vjerojatno da bi se **R** ikad moglo izvesti kao približnost od **U** (iako ljudi to često pokušavaju učiniti). To je "problem mjerenja".

R je, posebno, vremenski asimetričan. Pretpostavimo da snop svjetlosti iz fotonskog izvora L pada na polupropusno zrcalo nagnuto pod kutem od 45^0 prema dolje, a detektor D se nalazi iza zrcala (crtež 4.5).

Kako je zrcalo polupropusno, postoji superpozicija s jednakim težinskim udjelom prolaznog i odraženog stanja. To vodi na vjerojatnost od 50% da će bilo koji pojedinačni foton aktivirati detektor, umjesto da bude apsorbiran na podu labo-



Crtež 4.5. Jednostavan pokus koji ilustrira da kvantne vjerojatnosti inherentne u **R** nisu primjenjive u obrnutom smjeru vremena.

ratorija. Brojka od 50% je odgovor na pitanje: "Ako L emitira foton, koja je vjerojatnost da ga D primi?" Odgovor na ovakvo pitanje određen je pravilom **R**. Mogli bismo, međutim, pitati i "Ako D primi foton, koja je vjerojatnost da je on bio emitiran iz L?" Moglo bi se misliti da možemo izračunati vjerojatnosti na isti način kao prije. **U** je vremenski simetričan, ne bi li to dakle trebalo vrijediti i za **R**? Međutim, primijenjeno na prošlost, (vremenski obrnuto) pravilo **R** ne daje ispravne vjerojatnosti. U stvari, odgovor na ovo pitanje određen je posve drukčijim razmatranjem, naime, drugim zakonom termodinamike – ovdje primijenjenim na zid – a asimetrija je u krajnjoj liniji posljedica asimetrije svemira u vremenu. Aharonov, Bergmann i Liebowitz (1964) pokazali su kako prilagoditi proces mjerenja vremensko-simetričnom okruženju. Prema njima, vremenska asimetričnost od **R** pojavila bi se iz asimetričnih rubnih uvjeta u budućnosti i prošlosti. Ovo općenito okruženje također su prihvatili Griffiths (1984), Omnés (1992), i Gell Mann i Hartle (1990). Kako je porijeklo drugog zakona moguće pratiti unatrag do asimetrije u strukturi prostorvremenske singularnosti, ovaj odnos upućuje da postoji povezanost između problema mjerenja u KT i problema singularnosti u OTR. Prisjetite se da sam u pro-

šlom predavanju predložio da početna singularnost sadrži vrlo malo informacije i ima iščezavajući Weylov tenzor, dok konačna singularnost (ili beskonačnost) nosi mnoštvo informacija i ima divergirajući Weylov tenzor (u slučaju singularnosti).

Da bih razjasnio moje stajalište glede odnosa između KT i OTR, želio bih sada govoriti o tome što podrazumijevamo pod *kvantnom stvarnošću*: Je li istina da je vektor stanja "stvaran" ili da je matrica gustoće "stvarna"? Matrica gustoće predstavlja naše nepotpuno znanje o stanju i stoga sadrži dvije vrste vjerojatnos[illegible] ređenost tako i kvantnu vjerojatnost. I[illegible] $D = \sum_{i=1}^{N} p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|$, no napisati kao

$$D = \sum_{i=1} p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|,$$

gdje su p_i vjerojatnosti, realni brojevi koji zadovoljavaju uvjet $\Sigma p_i = 1$, a svako $|\psi_i\rangle$ je normalizirano na jedinicu. To je mješavina stanja s vjerojatnostima kao težinama. Ovdje $|\psi_i\rangle$ ne moraju biti ortogonalni, a N može biti veći nego što je dimenzija Hilbertovog prostora. Kao primjer, promotrimo pokus EPR tipa, u kojem se čestica spina nula koja miruje u središtu pokusa raspada na dvije čestice spina jedna polovina. Ove dvije čestice odlijeću u suprotnim smjerovima i detektiraju se "ovdje" i "tamo" – pri čemu "tamo" može biti jako daleko od "ovdje", recimo na Mjesecu. Vektor stanja zapisujemo kao superpoziciju mogućnosti:

$$|\psi\rangle = \{|\text{gore ovdje}\rangle\,|\text{dolje tamo}\rangle - |\text{dolje ovdje}\rangle\,|\text{gore tamo}\rangle\}\,/\sqrt{2}, \quad (4.1)$$

gdje je $|\text{gore ovdje}\rangle$ stanje u kojem spin čestice "ovdje" pokazuje u smjeru prema "gore", itd. Pretpostavimo sada da je z-smjer spina izmjeren na Mjesecu, a da nam je rezultat nepoznat. Stanje ovdje tada je opisano matricom gustoće

$$D = 1/2\,|\text{gore ovdje}\rangle\langle\text{gore ovdje}| + 1/2\,|\text{dolje ovdje}\rangle\langle\text{dolje ovdje}|. \quad (4.2)$$

U drugom slučaju, x-smjer spina mogao je biti izmjeren na Mjesecu. Napišemo li ovaj put vektor stanja (4.1) kao

$$|\psi\rangle = \{|\text{lijevo ovdje}\rangle\,|\text{desno tamo}\rangle - |\text{desno ovdje}\rangle\,|\text{lijevo tamo}\rangle\}\,\sqrt{2},$$

dobivamo matricu gustoće koja je prikladna za slučaj kao

$$D = 1/2\,|\text{lijevo ovdje}\rangle\langle\text{lijevo ovdje}| + 1/2\,|\text{desno ovdje}\rangle\langle\text{desno ovdje}|,$$

što je u stvari jednako kao (4.2). Međutim, ukoliko vektor stanja opisuje stvarnost, matrica gustoće nam ne kaže što se zbiva. Ona samo daje rezultate mjerenja "ovdje", uz uvjet da ne znamo što se zbiva "tamo". Posebice, moguće bi bilo da dobijem pismo s Mjeseca koje me izvješćuje o prirodi i rezultatima mjerenja obavljenog tamo. Dakle, ukoliko mogu (načelno) dobiti tu informaciju, moram opisati čitav (zamršeni) sustav vektorom stanja.

Općenito postoji mnogo različitih načina zapisivanja matrice gustoće kao mješavine stanja s pripadnim vjerojatnostima. Nadalje, prema nedavnom teoremu Hughstona, Josze i Wootersa (1993), za bilo koju matricu gustoće koja se pojavljuje na ovaj način kao prošlost EPR sustava "ovdje", i za bilo koju interpretaciju te matrice gustoće kao mješavine stanja s pripadnim vjerojatnostima, uvijek postoji mjerenje "tamo" koje uzrokuje upravo tu *posebnu* interpretaciju matrice gustoće "ovdje" kao mješavine vjerojatnosti.

S druge strane, moguće bi bilo dokazivati da matrica gustoće opisuje stvarnost što je, koliko ja razumijem, bliže Stephenovom gledištu kada je prisutna crna jama.

John Bell ponekad je o uobičajenom opisu procesa redukcije vektora stanja govorio kao o ZSPP, što je kratica za "za sve praktične primjene". Prema ovom uobičajenom postupku, možemo napisati ukupni vektor stanja kao

$$|\psi_{tot}\rangle = w\,|\text{gore ovdje}\rangle\,|?\rangle + z\,|\text{dolje ovdje}\rangle\,|?'\rangle$$

gdje $|?\rangle$ opisuju stvari u okolini, izvan mjerenja. Ako je informacija izgubljena u okolini, tada je matrica gustoće najbolje što možemo učiniti:

$$D = |w|^2\,|\text{gore ovdje}\rangle\langle\text{gore ovdje}| + |z|^2\,|\text{dolje ovdje}\rangle\langle\text{dolje ovdje}|\,.$$

Tako dugo dok je nemoguće povratiti informaciju iz okoline, možemo "jednako dobro" (ZSPP) smatrati da je stanje $|\text{gore ovdje}\rangle$ ili $|\text{dolje ovdje}\rangle$, s odgovarajućim vjerojatnostima $|w|^2$ i $|z|^2$.

Međutim, potrebna nam je još jedna pretpostavka, budući da nam matrica gustoće ne kaže od kojih je stanja sastavljena. Da bismo ovo objasnili, razmotrimo zamišljeni pokus sa Schrödingerovom mačkom. Radi se o nezavidnom stanju mačke u kutiji, gdje se (recimo) emitira foton koji nalijeće na poluposrebreno zrcalo, te zatim propušteni dio valne funkcije fotona nailazi na detektor koji, ako otkrije foton, automatski ispaljuje pištolj koji ubija mačku. Ako detektor ne otkrije foton, mačka ostaje živa i zdrava. (Znam da je Stephen protivnik lošeg postupanja s mačkama, makar i u zamišljenim pokusima!). Valna funkcija ovog sustava je superpozicija ovih dviju mogućnosti:

$$w\,|\text{mrtva mačka}\rangle\,|\text{pucanj}\rangle + z\,|\text{živa mačka}\rangle\,|\text{nema pucnja}\rangle,$$

gdje se $|\text{pucanj}\rangle$ i $|\text{nema pucnja}\rangle$ odnose na stanja okoline.

U opisu kvantne mehanike pomoću mnogo svjetova, to bi bilo (zanemarujući okolinu)

$$\begin{aligned} & w\,|\text{mrtva mačka}\rangle\,|\text{znam da je mačka mrtva}\rangle \\ + \; & z\,|\text{živa mačka}\rangle\,|\text{znam da je mačka živa}\rangle \end{aligned} \qquad (4.3)$$

gdje se |znam da je...⟩ stanja odnose na stanje svijesti onog tko obavlja pokus. Ali zašto nam naša percepcija ne dozvoljava da opažamo makroskopske *superpozicije* stanja poput ovih, a ne samo makroskopske *alternative* "mačka je mrtva" i "mačka je živa"? Na primjer, u slučaju kad je $w = z = 1/\sqrt{2}$, jednadžbu (4.3) možemo pisati kao superpoziciju

$$\begin{aligned}&\{(|\text{mrtva mačka}\rangle + |\text{živa mačka}\rangle)\\&\quad \times (|\text{znam da je mačka mrtva}\rangle + (|\text{znam da je mačka živa}\rangle)\\&+ (|\text{mrtva mačka}\rangle - |\text{živa mačka}\rangle)\\&\quad \times (|\text{znam da je mačka mrtva}\rangle - |\text{znam da je mačka živa}\rangle)\}/2\sqrt{2}\end{aligned}$$

tako da, ako nemamo razloga isključiti "percepcijska stanja" kao (|znam da je mačka mrtva⟩ + |znam da je mačka živa⟩) $/\sqrt{2}$, nismo nimalo bliži rješenju nego prije.

Ista je stvar primjenljiva na okolinu, i (opet u slučaju $w = z = 1/\sqrt{2}$, na primjer) možemo pisati matricu gustoće kao superpoziciju

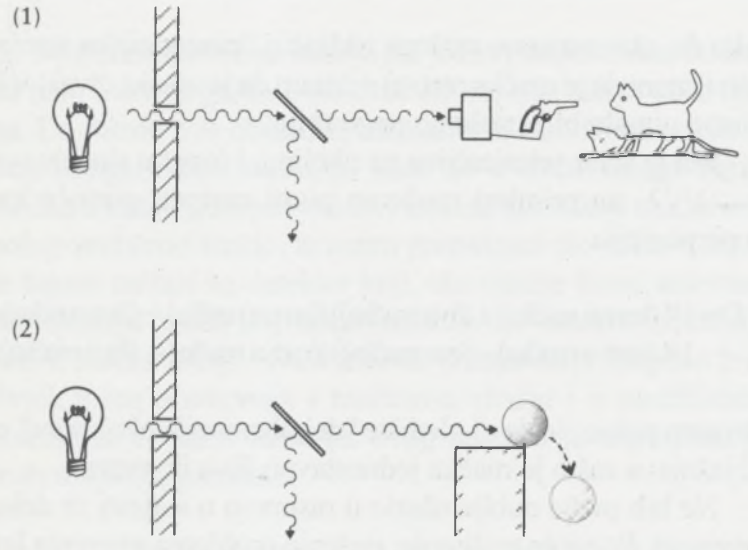
$$\begin{aligned}D = 1/4\,(|\text{mrtva mačka}\rangle + |\text{živa mačka}\rangle)\,(\langle\text{mrtva mačka}| + \langle\text{živa mačka}|)\\+\ 1/4\,(|\text{mrtva mačka}\rangle - |\text{živa mačka}\rangle)\,(\langle\text{mrtva mačka}| - \langle\text{živa mačka}|),\end{aligned}$$

što nam pokazuje da ni gledište "dekoherencije okolinom" ne objašnjava zašto je mačka jednostavno živa ili mrtva.

Ne bih ovdje dublje ulazio u raspravu o svijesti ili dekoherenciji. Po mom mišljenju, rješenje problema mjerenja leži negdje drugdje. Želim sugerirati da nešto krene naopako sa superponiranjem alternativnih prostorvremenskih geometrija koje bi se pojavile kad dođe do uplitanja OTR. Možda je superpozicija dviju različitih geometrija *nestabilna*, i raspada se u *jednu* od dviju mogućnosti. Na primjer, geometrije mogu biti prostorvrijeme žive mačke ili mrtve mačke. Ovaj raspad u jednu **ili** (**or**) drugu mogućnost nazivam objektivnom redukcijom, što mi se sviđa kao naziv, jer ima zgodnu kraticu

(OR – engl. "ili" i kratica za "opću relativnost", *prim ur.*). Kako je s tim povezana Planckova duljina od 10^{-33}cm ? Prirodni kriterij za određivanje kad su dvije geometrije značajno različite ovisio bi o Planckovoj skali, što određuje vremensku skalu na kojoj dolazi do redukcije u različite mogućnosti.

Dajmo mački slobodan dan, i razmislimo ponovo o problemu poluposrebrenog zrcala, ali neka ovaj put detektiranje fotona uzrokuje pomicanje velike mase s jednog mjesta na drugo (crtež 4.6).



Crtež 4.6. Schrödingerova mačka (1), i humanija inačica (2).

Možemo izbjeći problem redukcije stanja u detektoru ako jednostavno namjestimo masu u tako labilan položaj na rubu litice da je dovoljan jedan jedini foton da je gurne s litice! Kada će se pomaknuti dovoljno mase tako da superpozicija dviju mogućnosti postane nestabilna?

Gravitacija bi mogla dati odgovor na ovo pitanje, kako ću ovdje predložiti (usporedi Penrose 1993., 1994; također Diósi 1989, Ghirardi, Grasi i Rimini 1990). Da bismo izračunali vrijeme raspada, prema predloženoj postavi, promotrimo energiju E potrebnu da bismo pomaknuli jednu masu, izvukli je iz koincidencije, u gravitacijskom polju druge, dok ova dva položaja mase ne osiguraju razmatranu superpoziciju masa. Predlažem da je vremenska skala urušavanja vektora stanja ove superpozicije reda veličine

$$T \sim \frac{\hbar}{E} \tag{4.4}$$

Za nukleon, to bi iznosilo gotovo 10^8 godina, tako da nestabilnost ne bi bila opažena u postojećim pokusima. Međutim, za kapljicu vode veličine 10^{-5} cm, do urušavanja bi došlo za otprilike 2 sata. Za kapljicu veličine 10^{-4} cm, urušavanje bi trajalo oko 1/10 sekunde, dok bi za veličinu od 10^{-3} cm do urušavanja vektora stanja došlo za samo oko 10^{-6} sekundi. Također, ovo su vrijednosti u slučaju da je nakupina tvari izolirana od okoline; raspad biva ubrzan gibanjem masa u okolini. Ovakvi planovi rješavanja problema mjerenja u KT obično se susreću s problemima očuvanja energije i lokalnosti. Međutim u OTR postoji ugrađena neodređenost energije gravitacije, posebno glede doprinosa superponiranom stanju. U OTR energija gravitacije je nelokalna: gravitacijska potencijalna energija doprinosi (negativno) nelokalno ukupnoj energiji, i gravitacijski valovi mogu odnositi (pozitivnu) nelokalnu energiju iz sustava. Čak i ravno prostorvrijeme može doprinositi ukupnoj energiji pod određenim okolnostima. Energijska neodređenost u superponiranom stanju položaja dviju masa, kakvo smo razmatrali, u skladu je (prema Heisenbergovoj neodređenosti) s vremenom raspada (4.4).

PITANJA I ODGOVORI

Pitanje: Profesor Hawking je spomenuo da je gravitacijsko polje na neki način posebnije od drugih polja. Što vi mislite o tome ?

Odgovor: Gravitacijsko je polje uistinu posebno. Na neki način postoji određena ironija u povijesti te teme: Newton je započeo fiziku teorijom gravitacije i ta je teorija bila temeljnom paradigmom za sva fizikalna međudjelovanja. Sada se međutim pokazuje da je gravitacija zapravo različita od drugih međudjelovanja. Gravitacija je jedina koja utječe na uzročnost, s dubokim implikacijama glede crnih jama i gubitka informacije.

PETO POGLAVLJE

KVANTNA KOZMOLOGIJA

S. W. Hawking

U mom trećem predavanju okrenut ću se kozmologiji. Kozmologija je uobičajeno smatrana pseudoznanošću i rezervatom za fizičare koji su u svojim ranijim godinama učinili nešto korisnog posla, ali su postali mistici kad su podjetinjili. Dva su razloga tome. Prvi je bilo gotovo potpuni nedostatak pouzdanih opažanja. Zaista, sve do 1920-tih gotovo jedino važno kozmološko opažanje bilo je to da je nebo noću tamno. Ljudi međutim nisu cijenili značaj toga. Zadnjih godina, međutim, raspon i kvaliteta kozmoloških opažanja silno je unaprijeđena razvojem tehnologije. Stoga ova zamjerka protiv uvažavanja kozmologije kao znanosti više ne stoji.

Postoji, na žalost, druga, ozbiljnija zamjerka. Kozmologija nije u stanju predvidjeti ništa o svemiru ukoliko ne krene od nekih pretpostavki o početnim uvjetima. Bez takvih pretpostavki, sve što se može reći je da su stvari sada takve kakve jesu, jer su u ranijem stanju bile kakve su bile. Ipak mnogo ljudi vjeruje da bi se znanost trebala baviti samo lokalnim zakonima koji određuju kako se svemir razvija u vremenu. Oni smatraju da su rubni uvjeti za svemir koji određuju kako je svemir započeo pitanja za metafiziku ili religiju, prije nego za znanost.

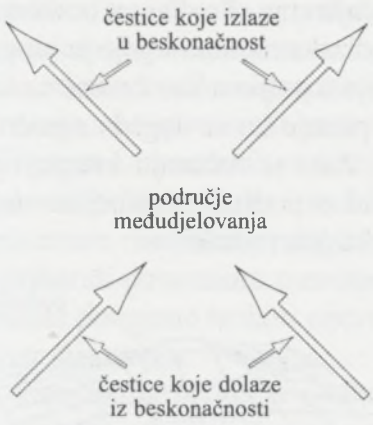
Situacija se samo pogoršala teoremima koje smo Roger i ja dokazali. Ti su teoremi pokazali da bi, prema općoj teoriji relativnosti, u našoj prošlosti morala postojati singularnost. U toj singularnosti jednadžbe polja ne bi se mogle definirati. Stoga klasična opća teorija relativnosti nosi u sebi vlastitu

propast: ona predviđa da ne može predvidjeti svemir. Iako je mnogo ljudi pozdravilo ovakav zaključak, on me uvijek duboko uznemiravao. Ako su zakoni fizike mogli biti narušeni u početku svemira, zašto ne bi mogli biti narušeni u bilo kojem drugom trenutku? U kvantnoj je teoriji načelo da se bilo što može dogoditi ako nije apsolutno zabranjeno. Ako jednom dopustimo da singularne povijesti mogu sudjelovati u integralu puta, one se mogu pojaviti bilo gdje i predvidivost u potpunosti nestaje. Ako su zakoni fizike narušeni u singularnostima, oni mogu biti narušeni bilo gdje.

Jedini način na koji može postojati jedna znanstvena teorija je da zakoni fizike svugdje vrijede, uključujući i početak svemira. Ovo možemo promatrati kao pobjedu načela demokracije: Zašto bi početak svemira bio izuzet od zakona koji su primjenjivi na druge točke? Ako su sve točke jednake, ne možemo dopustiti da neke budu jednakije od drugih.

Da bismo primijenili ideju da zakoni fizike svugdje vrijede, potrebno je računati integrale puta samo po nesingularnim metrikama. Poznato je, u slučaju običnih integrala puta, da je mjera koncentrirana na nederivabilnim putovima. Ovi su međutim upotpunjenje, u nekoj odgovarajućoj topologiji, skupa glatkih putova s dobro definiranim djelovanjem. Slično tome, za očekivati je da bi integral puta za kvantnu gravitaciju trebalo računati preko upotpunjenja prostora glatkih metrika. Ono što integral puta ne može uključivati su metrike sa singularnostima čije djelovanje nije definirano.

U slučaju crnih jama, vidjeli smo da treba računati integral puta po euklidskim, odnosno pozitivno određenim metrikama. To je značilo da se singularnosti crnih jama, poput Schwarzschildovog rješenja, nisu pojavljivale u euklidskim metrikama koje nisu ulazile unutar obzora. Umjesto toga, obzor je bio poput ishodišta polarnih koordinata. Djelovanje euklidske metrike bilo je stoga dobro određeno. Ovo možemo promatrati kao kvantnu inačicu kozmičke cenzure: naru-



Crtež 5.1. U računanju raspršenja, mjerenja se obavljaju na ulaznim i izlaznim česticama u beskonačnosti, tako da želimo proučavati asimptotski euklidske metrike.

šenje strukture u singularnosti ne bi smjelo utjecati na bilo koje fizikalno mjerenje.

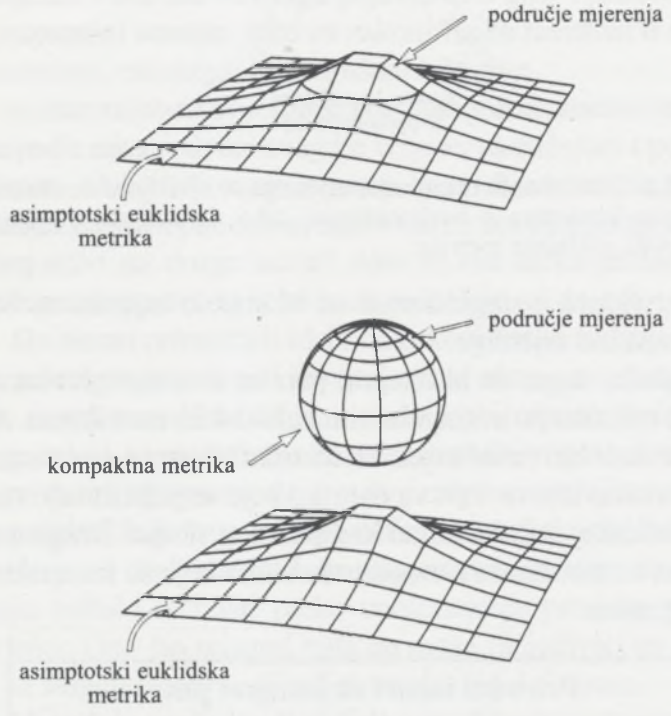
Izgleda, stoga, da bi integral puta za kvantnu gravitaciju trebalo računati po nesingularnim euklidskim metrikama. Ali što bi trebali biti rubni uvjeti tih metrika? Postoje dva, i samo dva prirodna izbora. Prvi su metrike koje se približavaju ravnoj euklidskoj metrici izvan kompaktnog skupa. Druga mogućnost su metrike na mnogostrukostima koje su kompaktne i bez granice.

Prirodni izbori za integral puta za kvantnu gravitaciju

1. Asimptotski euklidske metrike.
2. Kompaktne metrike bez granice.

Prva klasa asimptotski euklidskih metrika očigledno je prikladna za računanja raspršenja (crtež 5.1). Ovdje se čestice šalju iz beskonačnosti i promatra se što odlazi opet u besko-

načnost. Sva se mjerenja obavljaju u beskonačnosti, gdje postoji ravna pozadinska metrika i gdje je moguće interpretirati male fluktuacije u poljima kao čestice na uobičajeni način. Ne postavlja se pitanje što se događa u području međudjelovanja u sredini. Zato se računaju integrali puta preko svih mogućih povijesti za područje međudjelovanja, tj. preko svih asimptotski euklidskih metrika.



Crtež 5.2. Kozmološka mjerenja obavljaju se u konačnom području, tako da moramo razmatrati dvije vrste asimptotski euklidskih metrika: povezane (*gore*) i nepovezane (*dolje*).

Međutim, u kozmologiji nas zanimaju mjerenja koja se obavljaju u konačnom području, više nego ona u beskonačnosti. Da bismo vidjeli do kakve razlike to dovodi, pretpostavimo najprije da se integral puta u kozmologiji računa preko svih

asimptotski euklidskih metrika. U tom slučaju imali bismo dva doprinosa vjerojatnostima za mjerenja u konačnom području. Prvo bi bilo od povezanih asimptotski euklidskih metrika. Drugo bi dolazilo od nepovezanih metrika koje se sastoje od kompaktnih prostorvremenskih područja mjerenja i odvojene asimptotski euklidske metrike (crtež 5.2). Nije moguće isključiti nepovezane metrike iz integrala puta, jer ih se može približno prikazati povezanim metrikama u kojima su različite komponente povezane tankim cijevima ili crvotočinama zanemarivog djelovanja.

Nepovezana kompaktna područja prostorvremena neće utjecati na račun raspršenja budući da nisu povezana s beskonačnošću, gdje se obavljaju sva mjerenja. Međutim, ona će utjecati na mjerenja u kozmologiji koja se obavljaju u konačnom području. Zaista, doprinosi od takvih nepovezanih metrika prevladavat će nad doprinosima iz povezanih asimptotski euklidskih metrika. Stoga, čak i kad bismo računali integral puta za kozmologiju po svim asimptotski euklidskim metrikama, učinak bi bio gotovo isti kao da smo računali integral puta preko svih kompaktnih metrika. Stoga se čini prirodnijim računati integral puta za kozmologiju preko svih kompaktnih metrika bez granice, kako smo Jim Hartle i ja predložili 1983. (Hartle i Hawking 1983).

Ne-granica prijedlog (Hartle i Hawking)

Integral puta za kvantnu gravitaciju treba računati po svim kompaktnim euklidskim metrikama.

Parafrazirano, to bi moglo glasiti: "Granični uvjet svemira je da on nema granice."

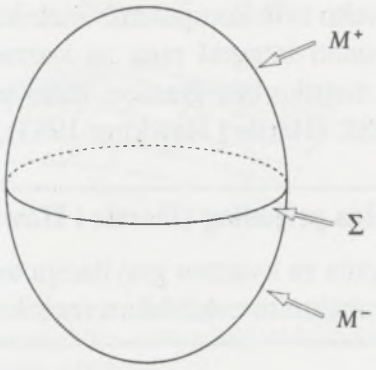
U ostatku ovog predavanja pokazat ću da ovaj ne-granica prijedlog, izgleda, odgovara svemiru u kojem živimo. Dakle, izotropnom i homogenom širećem svemiru s malim smetnja-

ma. Moguće je opažati spektar i statistiku ovih smetnji u fluktuacijama pozadinskog mikrovalnog zračenja. Do sada su rezultati u slaganju s predviđanjima ne-granica prijedloga. Prava provjera prijedloga i sveukupnog programa euklidske kvantne gravitacije bit će kad se opažanja mikrovalne pozadine prošire na manje kutne skale.

Da bismo ne-granica prijedlog mogli upotrijebiti za predviđanje, korisno je uvesti jedan pojam koji može opisati stanje svemira u nekom trenutku. Promotrimo vjerojatnost da prostorvremenska mnogostrukost M sadrži ugrađenu trodimenzijsku mnogostrukost Σ s proizvedenom metrikom h_{ij}. Ova je dana integralom po putu po svim metrikama g_{ab} na M koje proizvodi h_{ij} na Σ.

$$\text{Vjerojatnost te metrike } h_{ij} \text{ na } \Sigma = \int_{\substack{\text{metrika na } M \text{ koje} \\ \text{induciraju } h_{ij} \text{ na } \Sigma}} d[g]e^{-I}$$

Ako je M jednostavno povezana, što ću pretpostaviti, površina Σ dijelit će M u dva dijela, M^+ i M^- (crtež 5.3). U ovom



Crtež 5.3. Površina Σ dijeli kompaktnu, jednostavno povezanu mnogostrukost M u dva dijela, M^+ *i* M^-.

slučaju vjerojatnost da Σ ima metriku h_{ij} može se faktorizirati. Ona je jednaka umnošku dviju valnih funkcija Ψ^+ i Ψ^-. Te

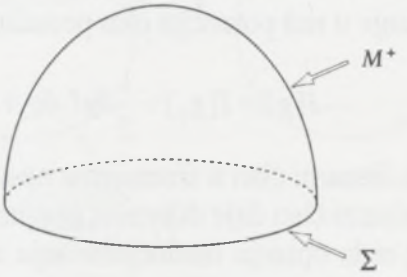
su valne funkcije dane integralom puta po svim metrikama na odgovarajućim M^+ i M^-, koje proizvode danu tri-metriku h_{ij} na Σ.

$$\text{Vjerojatnost od } h_{ij} = \Psi^+(h_{ij}) \times \Psi^-(h_{ij}), \text{ gdje je}$$

$$\Psi^+(h_{ij}) = \int_{\substack{\text{metrika na } M \text{ koje} \\ \text{induciraju } h_{ij} \text{ na } \Sigma}} d[g]e^{-I}$$

U većini slučajeva, dvije valne funkcije bit će jednake pa ću ispustiti oznake + i −. Ψ se naziva valnom funkcijom svemira. Ako postoje polja tvari ϕ, valna funkcija ovisit će također o njihovim vrijednostima ϕ_0 na Σ. Neće, međutim, eksplicitno ovisiti o vremenu budući da u zatvorenom svemiru nema preferirane vremenske koordinate. Prijedlog ne-granica podrazumijeva da je valna funkcija svemira dana integralom po putu po svim poljima na kompaktnoj mnogostrukosti M^+ čija je jedina granica površina Σ (crtež 5.4). Integral puta računa se po svim metrikama i poljima tvari na M^+ koji su u suglasnosti s metrikom h_{ij} i poljima tvari ϕ_0 na Σ.

Položaj površine Σ moguće je opisati funkcijom τ triju koordinata χ_i na Σ. Međutim, valna funkcija dana integralom po putu ne može ovisiti o τ ili o izboru koordinata χ_i. Iz toga slijedi da valna funkcija Ψ mora zadovoljavati četiri funkcionalne diferencijalne jednadžbe. Tri od ovih jednadžbi nazivaju se *ograničenjima količine gibanja.*



Crtež 5.4. Valna funkcija dana je integralom puta preko M^+.

Jednadžbe ograničenja količine gibanja

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial h_{ij}}\right)_{;j} = 0$$

One izražavaju činjenicu da valna funkcija mora biti jednaka za različite tri-metrike h_{ij} koje se mogu dobiti jedne iz drugih transformacijama koordinata χ_i. Četvrta jednadžba naziva se *Wheeler-DeWittova jednadžba*.

Wheeler – DeWittova jednadžba

$$\left(G_{ijkl}\frac{\partial^2}{\partial h_{ij}\partial h_{kl}} - h^{\frac{1}{2}}\,{}^3R\right)\Psi = 0$$

Ona odgovara neovisnosti valne funkcije o τ. O njoj se može misliti kao o Schrödingerovoj jednadžbi svemira. Nema, međutim, člana s vremenskom derivacijom, budući da valna funkcija ne ovisi eksplicitno o vremenu.

Da bismo procijenili valnu funkciju svemira, možemo upotrijebiti metodu sedlene točke za približno računanje integrala puta, kao u slučaju crnih jama. Nađemo euklidsku metriku g_0 na mnogostrukosti M^+ koja zadovoljava jednadžbe polja i proizvodi metriku h_{ij} na granici Σ. Tada je moguće razviti djelovanje u red potencija oko pozadinske metrike g_0.

$$I[g] = I[g_0] + \frac{1}{2}\delta g I_2 \delta g + \ldots$$

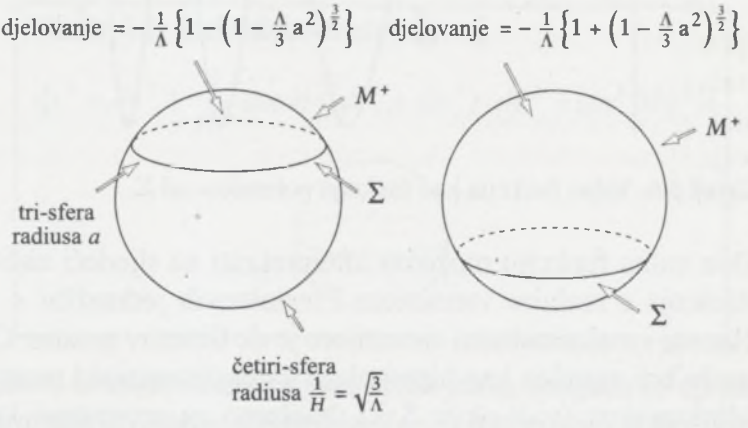
Kao i prije, li $I[g] = I[g_0] + \frac{1}{2}\delta g I_2 \delta g + \ldots$:. Može se smatrati da kvadratni član daje doprinos gravitona pozadini, a članovi višeg reda opisuju međudjelovanja među gravitonima. Njih je moguće zanemariti kada je polumjer zakrivljenosti pozadine velik u odnosu na Planckovu skalu. Stoga,

$$\Psi \approx \frac{1}{(\det I_2)^{\frac{1}{2}}} e^{-I[g_0]}$$

Iz jednostavnog primjera može se vidjeti kakva je valna funkcija. Razmotrimo situaciju u kojoj nema polja tvari, ali postoji pozitivna kozmološka konstanta Λ. Neka je površina Σ tri-sfera i neka je metrika h_{ij} metrika na okrugloj tri-sferi polumjera a. Tada možemo mnogostrukost M^+ ograničenu sa Σ možemo smatrati četiri-sferom (četverodimenzionom kuglom). Metrika koja zadovoljava jednadžbe polja je dio četiri-sfere polumjera $1/H$ gdje je $H^2 = \Lambda/3$. Djelovanje je

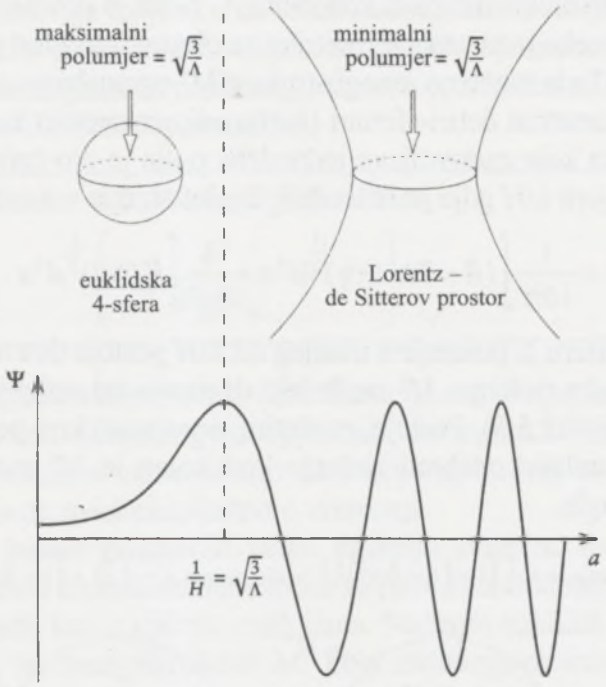
$$I = \frac{1}{16\pi}\int (R - 2\Lambda)(-g)^{\frac{1}{2}} d^4x + \frac{1}{8\pi}\int K(\pm h)^{\frac{1}{2}} d^3x .$$

Za tri-sferu Σ polumjera manjeg od $1/H$ postoje dva moguća euklidska rješenja: M^+ može biti ili manja od polukugle, ili veća (crtež 5.5). Postoje, međutim, argumenti koji pokazuju da bi trebalo odabrati rješenje kod kojeg je M^+ manje od polukugle.



Crtež 5.5. Dva moguća euklidska rješenja M^+ s granicom Σ i njihova djelovanja.

Slijedeći crtež (crtež 5.6) pokazuje doprinos valnoj funkciji koji dolazi od djelovanja metrike g_0. Kad je polumjer površine Σ manji od $1/H$, valna funkcija raste eksponencijalno kao e^{a^2}. Međutim, kad je a veći od $1/H$, moguće je načiniti analitičko produljenje rezultata za manje a i dobije se valna funkcija koja vrlo brzo oscilira.



Crtež 5.6. Valna funkcija kao funkcija polumjera od Σ.

Ovu valnu funkciju možemo interpretirati na sljedeći način. Rješenje s realnim vremenom Einsteinovih jednadžbi s Λ članom i maksimalnom simetrijom je de Sitterov prostor. On može biti ugrađen kao hiperboloid u pet-dimenzijski prostor Minkowskog (vidi okvir 5.A). Možemo ga promatrati kao zatvoreni svemir koji se sažima od beskonačne veličine do minimalnog polumjera i zatim se opet eksponencijalno širi.

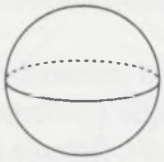
Metrika se može zapisati u obliku Friedmannovog svemira uz skalarni faktor chHt. Uvrstimo li $\tau = it$, ch prelazi u cos, dajući euklidsku metriku na četiri-sferi polumjera $1/H$ (vidi okvir 5.B). Odatle dolazimo do ideje da valna funkcija koja se eksponencijalno mijenja s tri-metrikom h_{ij} odgovara euklidskoj metrici s imaginarnim vremenom. S druge strane, valna funkcija koja brzo oscilira odgovara Lorentzovoj metrici s realnim vremenom.

Okvir 5.A. Lorentz – de Sitterova metrika

$$ds^2 = -dt^2 + \frac{1}{H^2}\mathrm{ch}Ht(dr^2 + \sin^2 r(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2))$$

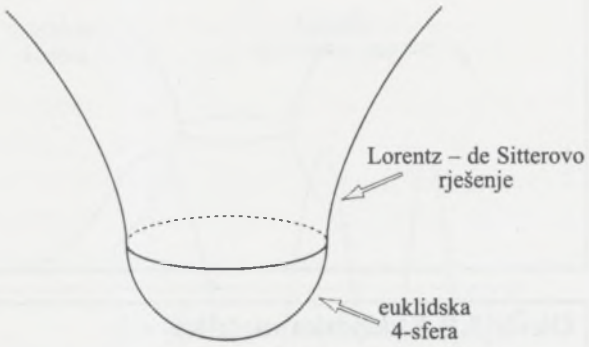
Okvir 5.B Euklidska metrika

$$ds^2 = d\tau^2 + \frac{1}{H^2}\cos H\tau(dr^2 + \sin^2 r(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2))$$



Kao u slučaju stvaranja para crnih jama, moguće je opisati spontano stvaranje svemira koji se eksponencijalno širi. Treba spojiti donju polovicu euklidske četiri-sfere s gornjom polovicom Lorentzovog hiperboloida (crtež 5.7). Za razliku od

stvaranja para crnih jama, ne može se reći da je de Sitterov svemir nastao iz energije polja u prethodno postojećem prostoru. Umjesto toga, on bi bio doslovno stvoren ni iz čega: ne naprosto iz vakuuma, već zaista potpuno ni iz čega, jer nema ničega izvan svemira. U euklidskom režimu, de Sitterov svemir je jednostavno zatvoreni prostor poput površine Zemlje, ali s dvije dimenzije više. Ako je kozmološka konstanta mala u usporedbi s Planckovom, zakrivljenost euklidske četiri-sfere trebala bi biti mala. To bi značilo da je približnost sedlene točke pri računanju integrala puta dobra te da na računanje valne funkcije neće imati utjecaja naše neznanje o tome što se zbiva pri jako velikim zakrivljenostima.



Crtež 5.7. Tuneliranje kojim nastaje šireći svemir opisano je spajanjem polovice euklidskog rješenja s polovicom Lorentzovog rješenja.

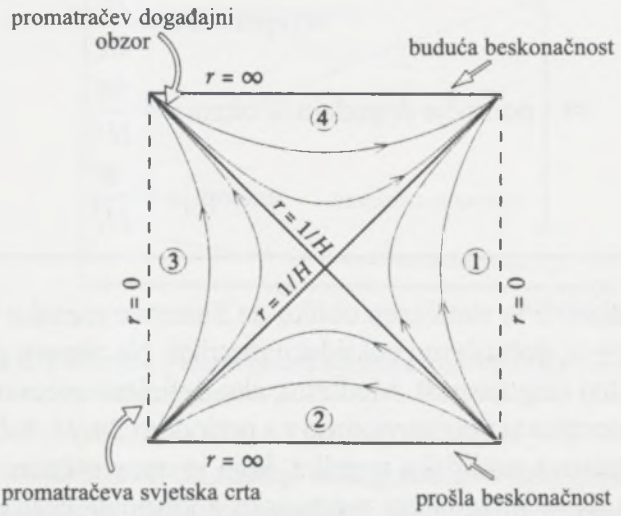
Moguće je također riješiti jednadžbe polja za rubne metrike koje nisu egzaktno okrugle tri-sferne metrike. Ako je polumjer tri-sfere manji od $1/H$, rješenje je realna euklidska metrika. Djelovanje će biti realno i valna će funkcija biti eksponencijalno gušena u usporedbi s okruglom tri-sferom istog obujma. Ako je polumjer tri-sfere veći od kritičnog, postoje dva kompleksno konjugirana rješenja i valna funkcija brzo oscilira za male promjene u h_{ij}.

Bilo koje mjerenje u kozmologiji može se izraziti pomoću valne funkcije. Stoga, prijedlog bez-graničnosti čini kozmologiju znanošću, jer je moguće predvidjeti rezultat bilo kojeg opažanja. Slučaj bez polja tvari samo s kozmološkom konstantom koji smo upravo razmatrali ne odgovara svemiru u kojem živimo. Ipak, to je koristan primjer, zato jer je to jednostavan model koji je moguće prilično eksplicitno riješiti i zato što, kako ćemo vidjeti, izgleda da odgovara ranim stanjima svemira.

Iako to nije očigledno iz valne funkcije, de Sitterov svemir ima toplinska svojstva više nalik crnoj jami. To je vidljivo ako se de Sitterova metrika napiše u statičkom obliku poput Schwarzschildovog rješenja (v. okvir 5.C).

Okvir 5.C. Statički oblik de Sitterove metrike

$$ds^2 = -(1-H^2r^2)dt^2 + (1-H^2r^2)^{-1}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$



Postoji prividna singularnost za $r = 1/H$. Međutim, kao i u Schwarzschildovom rješenju, moguće ju je ukloniti transfor-

macijom koordinata i ona odgovara događajnom zbivanja. To je vidljivo iz Carter-Penroseovog dijagrama koji je kvadrat. Točkasta vertikalna crta na lijevoj strani predstavlja središte sferne simetrije gdje polumjer r dvo-sfera postaje jednak nuli. Drugo središte sferne simetrije predstavljeno je točkastom vertikalnom crtom na desnoj strani. Vodoravne crte na vrhu i na dnu predstavljaju prošle i buduće beskonačnosti, koje su u ovom slučaju prostorne. Dijagonalna crta od gornjeg lijevog do donjeg desnog vrha je granica prošlosti promatrača na lijevom središtu simetrije. Stoga je možemo zvati njegovim događajnim obzorom. Međutim, promatrač čija svjetska crta završava na drugom mjestu buduće beskonačnosti imat će različit događajni obzor. Dakle, u de Sitterovom svemiru događajni obzori su osobna stvar.

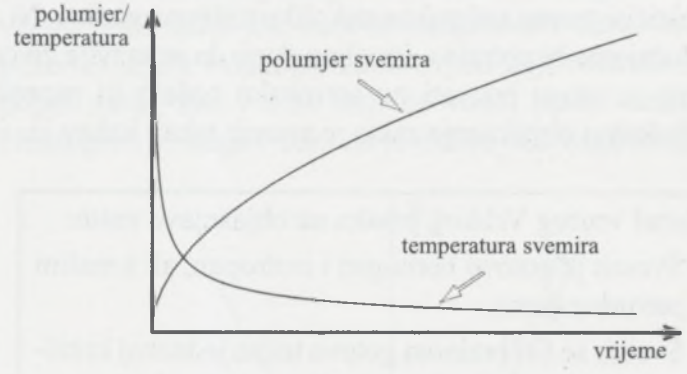
Euklidska metrika periodična s periodom $2\pi/H$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{temperatura} = \dfrac{H}{2\pi} \\ \text{područje događajnog obzora} = \dfrac{4\pi}{H^2} \\ \text{entropija} = \dfrac{\pi}{H^2} \end{cases}$$

Vratimo li se statičkom obliku de Sitterove metrike i uvrstimo $\tau = it$, dobit ćemo euklidsku metriku. Na obzoru postoji prividna singularnost. Međutim, ako definiramo novu radijalnu koordinatu i poistovjetimo τ s periodom $2\pi/H$, dobit ćemo regularnu euklidsku metriku, koja je upravo četiri-sfera. Budući da je imaginarna vremenska koordinata periodična, de Sitterov prostor i sva kvantna polja u njemu ponašat će se kao da su na temperaturi $H/2\pi$. Kako ćemo vidjeti, moguće je opaziti posljedice ove temperature u fluktuacijama mikro-

valnog pozadinskog zračenja. Moguće je primijeniti slične argumente kao u slučaju crne jame na djelovanje euklidsko-de Sitterovog rješenja. Pokazuje se da ono ima unutarnju entropiju π/H^2, što je četvrtina površine događajnog obzora. To znači da na euklidsko-de Sitterovom prostoru ne može postojati globalna vremenska koordinata. Ovu kozmološku entropiju može se tumačiti kao da odražava nedostatak znanja promatrača o svemiru iza obzora zbivanja.

De Sitterov prostor nije dobar model svemira u kojem mi živimo, zato jer je prazan i jer se eksponencijalno širi. Opažamo da svemir sadrži tvar i zaključujemo iz pozadinskog mikrovalnog zračenja i obilja lakih elemenata da je u prošlosti morao biti mnogo topliji i gušći. Najjednostavniji obrazac u skladu s našim opažanjima naziva se "model vrućeg Velikog praska" (crtež 5.8).



Crtež 5.8. Polumjer i temperatura svemira kao funkcija vremena u modelu vrućeg Velikog praska.

U tom modelu, svemir počinje u singularnosti ispunjenoj zračenjem na beskonačnoj temperaturi. tijekom širenja, zračenje se hladi i njegova se energetska gustoća smanjuje. Vremenom, gustoća energije zračenja postaje manja od gustoće nerelativističke tvari i tvar počinje pretežito upravljati šire-

njem. Ipak, još uvijek možemo zamijetiti ostatke zračenja u pozadinskom mikrovalnom zračenju temperature od oko 3 K iznad apsolutne nule.

Problem s modelom vrućeg Velikog praska je problem cjelokupne kozmologije koja nema teorije početnih uvjeta: nema moći predviđanja. Budući da bi opća teorija relativnosti bila narušena u singularnosti, bilo što bi moglo proizaći iz Velikog praska. Zašto je, dakle, svemir tako homogen i izotropan na velikoj skali, a ipak sadrži poneke nepravilnosti, poput galaktika i zvijezda? I zašto je svemir tako blizu razdjelne crte između ponovnog urušavanja i beskonačnog širenja? Da bismo bili toliko blizu koliko smo sada, brzina širenja morala je puno ranije biti fantastično točno odabrana. Da je brzina širenja jednu sekundu nakon Velikog praska bila manja za jedan dio u 10^{10}, svemir bi se bio urušio već nakon nekoliko milijuna godina. Da je bila veća za jedan dio u 10^{10}, svemir bi bio praktički prazan već nakon nekoliko milijuna godina. Ni u kom slučaju ne bi potrajao dovoljno dugo da se razvije život. Moramo se stoga pozvati na antropsko načelo ili pronaći neko fizikalno objašnjenje zašto je svemir takav kakav je.

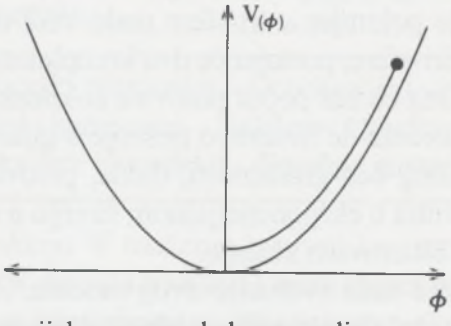
Model vrućeg Velikog praska ne objašnjava zašto:

1. Svemir je gotovo homogen i izotropan, ali s malim perturbacijama.
2. Svemir se širi brzinom gotovo točno jednakoj kritičnoj pa tako izbjegava ponovno urušavanje.

Neki su ljudi tvrdili da pojava zvana *inflacija* (napuhivanje) uklanja potrebu za teorijom početnih uvjeta. Ideja je da je svemir mogao otpočeti u velikom prasku u gotovo bilo kojem stanju. U onim dijelovima svemira gdje su uvjeti pogodni došlo bi do perioda eksponencijalnog širenja zvanog inflacija. Ne samo da bi to moglo povećati veličinu područja za

ogroman faktor od 10^{10} ili veći, već bi to također ostavilo područje homogenim i izotropnim uz širenje upravo kritičnom brzinom potrebnom da se izbjegne ponovno urušavanje. Iz toga tvrdnja da bi se inteligentni život razvio samo u područjima koja su se napuhivala. Ne bismo, stoga, trebali biti iznenađeni time što je naše područje homogeno i izotropno i što se širi upravo kritičnom brzinom.

Međutim, sama inflacija pak ne može objasniti sadašnje stanje svemira. Možemo to vidjeti ako uzmemo bilo koje stanje svemira sada i promatramo ga unatrag u vremenu. Ako sadrži dovoljnu količinu tvari, teoremi singularnosti podrazumijevaju da je u prošlosti postojala singularnost. Početni uvjeti svemira u velikom prasku mogu se odabrati tako da budu početni uvjeti ovog modela. Na ovaj način, može se pokazati da proizvoljni početni uvjeti u velikom prasku mogu voditi do bilo kojeg sadašnjeg stanja. Nije čak niti moguće tvrditi da većina početnih uvjeta vodi do stanja kakvo danas opažamo: prirodna mjera i onih početnih uvjeta koji vode do svemira poput našeg kao i onih koji ne vode, iznosi beskonačno. Nemoguće je stoga tvrditi da je jednih više nego drugih.



Crtež 5.9. Potencijal masenog skalarnog polja.

S druge strane, vidjeli smo, u slučaju gravitacije s kozmološkom konstantnom ali bez polja tvari, da ne-granica uvjet može voditi do svemira koji je predvidiv u granicama kvantne

teorije. Ovaj osobiti model ne opisuje svemir u kojem živimo, koji je pun tvari i ima kozmološku konstantu koja je vrlo mala ili jednaka nuli. Moguće je, međutim, dobiti puno realniji model izostavljanjem kozmološke konstante i uključivanjem polja tvari. Posebice, izgleda da je potrebno skalarno polje ϕ s potencijalom $V(\phi)$. Pretpostavit ću da V ima minimalnu vrijednost jednaku nuli za $\phi = 0$. Jednostavan primjer bilo bi maseno skalarno polje $V = m^2\phi^2/2$ (crtež 5.9).

Tenzor energija-količina gibanja skalarnog polja

$$T_{ab} = \phi_{,a}\phi_{,b} - \frac{1}{2} g_{ab}\phi_{,c}\phi^{,c} - g_{ab}V(\phi)$$

Iz tenzora energija-količina gibanja vidi se da se za mali gradijent od ϕ, $V(\phi)$ ponaša kao efektivna kozmološka konstanta.

Valna funkcija ovisit će sada o vrijednosti ϕ_n od ϕ na Σ, kao i o proizvedenoj metrici h_{ij}. Moguće je riješiti jednadžbe polja za malu okruglu tri-sfernu metriku i velike vrijednosti ϕ_0. Rješenje s tom granicom je približno dio četiri-sfere i gotovo konstantno polje ϕ. Ono je poput de Sitterovog slučaja u kojem potencijal $V(\phi_0)$ ima ulogu kozmološke konstante. Slično, ako je polumjer a tri-sfere malo veći od polumjera euklidske četiri-sfere, postojat će dva kompleksno konjugirana rješenja. Ona će biti poput polovice euklidske četiri-sfere spojene na Lorentz-de Sitterovo rješenje s gotovo konstantnim ϕ. Prijedlog bez-graničnosti, dakle, predviđa spontano stvaranje svemira u eksponencijalnom širenju u ovom modelu kao i u de Sitterovom slučaju.

Razmotrimo sada evoluciju ovog modela. Za razliku od de Sitterovog slučaja, eksponencijalno širenje neće se beskonačno nastaviti. Skalarno polje spustit će se niz strminu potencijala V do minimuma za $\phi = 0$. Ipak, ako je početna vrijednost ϕ veća od Planckove vrijednosti, brzina spuštanja bit će mala u usporedbi s vremenskom skalom širenja. Dakle,

svemir će se gotovo eksponencijalno proširiti za ogroman faktor. Kad se skalarno polje smanji do vrijednosti reda jedinice, počet će oscilirati oko $\phi = 0$. Za većinu potencijala V oscilacije će biti brze u usporedbi s vremenom širenja. Uobičajeno se pretpostavlja da će se energija u ovim oscilacijama skalarnog polja pretvoriti u parove drugih čestica i zagrijati svemir. Ovo, međutim, ovisi o pretpostavci o strijeli vremena. Uskoro ću se vratiti ovom pitanju.

Eksponencijalno širenje za veliki faktor ostavilo bi svemir s gotovo točno kritičnom brzinom širenja. Dakle, ne-granica pretpostavka može objasniti zašto je svemir još uvijek tako blizu kritičnoj brzini širenja. Da bismo vidjeli što ona predviđa glede homogenosti i izotropnosti svemira, moramo razmotriti tri-metrike h_{ij} koje su smetnje okrugle tri-sferne metrike. Te članove možemo razviti po sfernim harmonicima. Postoje tri vrste: skalarni harmonici, vektorski harmonici i tenzorski harmonici. Vektorski harmonici odgovaraju promjenama koordinata χ_i na uzastopnim tri-sferama i nemaju nikakvu dinamičku ulogu. Tenzorski harmonici odgovaraju gravitacijskim valovima u širećem svemiru, dok skalarni harmonici djelomično odgovaraju slobodi koordinata, a djelomično smetnjama gustoće.

Tenzorski harmonici – Gravitacijski valovi
Vektorski harmonici – Baždarne transformacije
Skalarni harmonici – Smetnje gustoće

Valnu funkciju Ψ možemo napisati kao umnožak valne funkcije Ψ_0 za okruglu tri-sfernu metriku polumjera a i valnih

$$\Psi[h_{ij},\phi_0] = \Psi_0(a,\bar{\phi})\Psi_a(a_n)\Psi_b(b_n)\Psi_c(c_n)\Psi_d(d_n)$$

$$\Psi[h_{ij},\phi_0] = \Psi_0(a,\bar{\phi})\Psi_a(a_n)\Psi_b(b_n)\Psi_c(c_n)\Psi_d(d_n)$$

Nakon toga moguće je razviti Wheeler-DeWittovu jednadžbu za valnu funkciju do bilo kojeg reda po polumjeru a i prosječ-

nom skalarnom polju $\bar{\phi}$, ali do prvog reda u smetnjama. Dobiva se niz Schrödingerovih jednadžbi za brzinu promjene valnih funkcija smetnje u ovisnosti o vremenskoj koordinati pozadinske metrike.

Schrödingerove jednadžbe

$$i\frac{\partial\Psi(d_n)}{\partial t}=\frac{1}{2a^3}\left(-\frac{\partial^2}{\partial d_n^2}+n^2d_n^2a^4\right)\Psi(d_n),\ \text{itd.}$$

Uvjet ne-granice može se iskoristiti da bi se dobilo početne uvjete za smetnju valnih funkcija. Jednadžbe polja rješavaju se za malu, ali neznatno izobličenu tri-sferu. Taj postupak daje valnu funkciju smetnje u periodu eksponencijalnog širenja. Njen razvoj moguće je dobiti koristeći Schrödingerovu jednadžbu.

Tenzorski harmonici koji odgovaraju gravitacijskim valovima najjednostavniji su za razmatranje. Oni nemaju baždarnih stupnjeva slobode i ne međudjeluju neposredno s perturbacijama materije. Uvjet ne-granice može se iskoristiti za određivanje početne valne funkcije koeficijenata d_n tenzorskih harmonika u smetanoj metrici.

Osnovno stanje

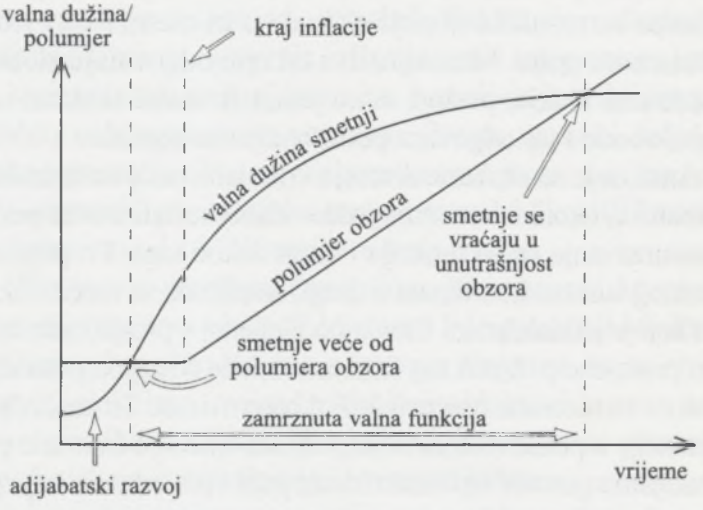
$$\Psi(d_n)\propto e^{\frac{1}{2}na^2d_n^2}=e^{-\frac{1}{2}\omega x^2}$$

gdje je $x=a^{3/2}d_n$, a $\omega=n/a$

Pokazuje se da je to valna funkcija osnovnog stanja za harmonički oscilator s frekvencijom gravitacijskih valova. Kako se svemir širi, frekvencija će se smanjivati. Dok je frekvencija veća od brzine širenja $\dot{a}/a$, Schrödingerova jednadžba dopušta adijabatsku relaksaciju valne funkcije i mod će ostati u

osnovnom stanju. S vremenom, međutim, frekvencija će postati manja od brzine širenja, koja je grubo konstantna tijekom eksponencijalnog širenja. Kad se to dogodi, Schrödingerova jednadžba neće više moći dovoljno brzo mijenjati valnu funkciju da bi ova ostala u osnovnom stanju dok se frekvencija mijenja. Umjesto toga, zamrznut će se u obliku koji je imala kad je frekvencija pala ispod brzine širenja.

Nakon kraja razdoblja eksponencijalnog širenja, brzina širenja smanjit će se brže nego frekvencija moda. To je ekvivalentno navodu da se promatračev događajni obzor – obrnuto razmjeran brzini širenja – povećava brže od valne duljine moda. Stoga će valna duljina postajati veća od obzora tijekom perioda inflacije i kasnije će se vratiti unutar obzora (crtež 5.10).



Crtež 5.10. Valna duljina i polumjer obzora u ovisnosti o vremenu tijekom inflacije (napuhivanja).

Kad dođe do toga, valna će funkcija i dalje biti ista kao i u trenutku kad se valna funkcija zamrznula. Frekvencija će, međutim, biti mnogo niža. Valna funkcija će, dakle, odgovarati

visokom pobuđenom stanju, a ne osnovnom stanju kao što je bio slučaj kad se valna funkcija zamrznula. Te kvantne oscilacije modova gravitacijskih valova izazvat će kutne fluktuacije u pozadinskom mikrovalnom zračenju čija je amplituda jednaka brzini širenja (u Planckovim jedinicama) u vrijeme kad se valna funkcija zamrznula. Stoga COBE* opažanja fluktuacija od jednog dijela na sto tisuća u pozadinskom mikrovalnom zračenju postavljaju gornju granicu od oko 10^{-10} u Planckovim jedinicama na gustoću energije u trenutku zamrzavanja valne funkcije. To je dovoljno niska vrijednost da bi aproksimacije koje sam upotrijebio trebale biti točne.

Međutim, harmonici tenzora gravitacijskog vala daju samo gornju granicu za gustoću u trenutku zamrzavanja. Razlog tome je što se pokazuje da skalarni harmonici daju veću fluktuaciju u pozadinskom mikrovalnom zračenju. Postoje dva skalarno harmonička stupnja slobode u tri-metrici h_{ij}, i jedan u skalarnom polju. Međutim, dva od njih odgovaraju slobodi koordinata. Dakle, postoji samo jedan fizikalni skalarni stupanj slobode i taj odgovara perturbacijama gustoće.

Analiza je za skalarne smetnje vrlo nalik onoj za tenzorske harmonike, ukoliko koristimo jedan odabir koordinata za period do zamrzavanja valne funkcije i drugi nakon toga. Pri prijelazu iz jednog sustava koordinata u drugi, amplituda se množi faktorom koji je jednak brzini širenja podijeljenoj s prosječnom brzinom promjene ϕ. Iznos tog faktora ovisit će o nagibu potencijala, ali će za razumne potencijale biti barem deset. To znači da će fluktuacije u pozadinskom mikrovalnom zračenju izazvane perturbacijama gustoće biti barem deset puta veće od onih koje potječu od gravitacijskih valova. Stoga je gornja granica gustoće energije u vrijeme zamrzavanja valne funkcije samo 10^{-12} od Planckove gustoće. To je daleko unutar područja u kojem vrijede približnosti koje sam koristio. Izgleda, dakle, da nam teorija struna nije potrebna čak ni za početak svemira.

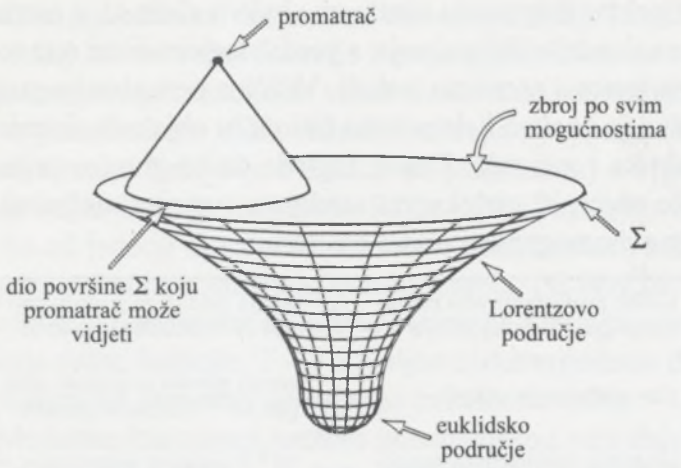
* COsmic Backgorund Explorer – istraživač svemirskog pozadinskog zračenja.

Spektar fluktuacija s kutnom skalom slaže se, u okvirima točnosti sadašnjih opažanja, s predviđanjem da bi one morale biti gotovo neovisne o skali. Veličina perturbacija gustoće upravo je onakva kakva treba biti da bi objasnila formiranje galaktika i zvijezda. Dakle, izgleda da ne-granica prijedlog može objasniti cjelokupnu strukturu svemira, uključujući i male nehomogenosti poput nas samih.

COBE predviđanja plus perturbacije gravitacijskih valova	⇨	gornja granica za gustoću energije 10^{-10} Planckove gustoće
plus perturbacije gustoće	⇨	gornja granica za gustoću energije 10^{-12} Planckove gustoće
unutarnja gravitacijska temperatura ranog svemira	≈	10^{-6} Planckove temperature = 10^{26} stupnjeva

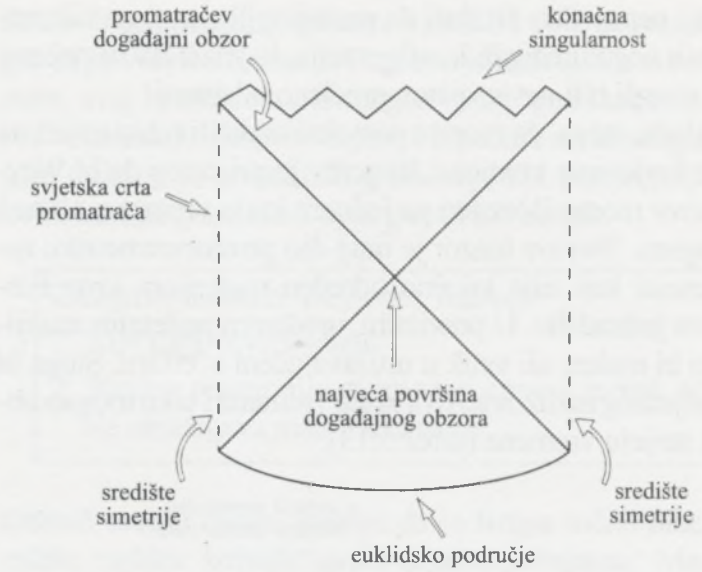
Možemo smatrati da perturbacije u pozadinskom mikrovalnom zračenju dolaze od termalnih fluktuacija u skalarnom polju ϕ. Tijekom razdoblja inflacije vlada temperatura jednaka brzini širenja podijeljeno s 2π, budući da je približno periodično u imaginarnom vremenu. Stoga, na neki način, ne treba nam naći neku malu iskonsku crnu jamu: već smo opazili unutarnju gravitacijsku temperaturu od oko 10^{26} stupnjeva, odnosno od 10^{-6} Planckove temperature.

Što je s unutarnjom entropijom pridruženom kozmološkom događajnom obzoru? Možemo li je opažati ? Mislim da možemo, i mislim da ona odgovara činjenici da su objekti poput galaktika i zvijezda klasični objekti, iako su nastali kvantnim fluktuacijama. Pogledamo li svemir na prostornoj površini koja razapinje cijeli svemir u jednom trenutku, on je u jednom kvantnom stanju opisanom valnom funkcijom Ψ. Međutim, nikad ne možemo vidjeti više od polovice Σ, i u potpunosti ne znamo ništa o tome kakav je svemir izvan našeg svjetlosnog stošca. To znači da pri računanju vjerojatnosti za opažanja, moramo zbrajati po svim mogućnostima za dio površine Σ koji ne opažamo (crtež 5.11). Posljedica zbra-



Crtež 5.11. Promatrač može vidjeti samo dio bilo koje površine S.

janja je promjena opažanog dijela svemira iz jednog kvantnog stanja u ono što se naziva *miješano stanje*, statistički komplet različitih mogućnosti. Takva dekoherencija, kako se to naziva, nužna je da bi se sustav ponašao na klasičan način, a ne kao kvantni sustav. Ljudi obično pokušavaju objasniti dekoherenciju međudjelovanjima s nekim vanjskim sustavom, poput toplinske kupke, koji nije podložan mjerenju. U slučaju svemira nema takvog vanjskog sustava, ali bih ja sugerirao da je razlog zbog kojeg opažamo klasično ponašanje to što možemo vidjeti samo dio svemira. Moglo bi se pomisliti da će se u kasnijim vremenima moći vidjeti čitav svemir i da će događajni obzor nestati. To, međutim, nije slučaj. Prijedlog nez-granice implicira da je svemir prostorno zatvoren. Zatvoreni svemir ponovno će se urušiti prije nego promatrač bude imao vremena vidjeti čitav svemir. Pokušao sam pokazati da bi entropija takvog svemira bila četvrtina površine događajnog obzora u vrijeme najvećeg širenja (crtež 5.12). Međutim, zasad, izgleda da dobivam faktor 3/16 umjesto 1/4. Očigledno sam na krivom putu ili mi je nešto promaklo.



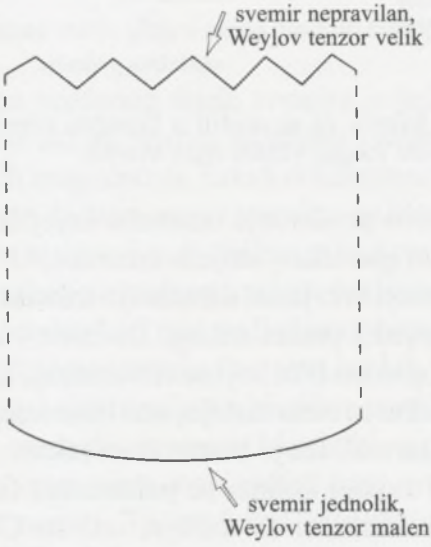
Crtež 5.12. Svemir će se urušiti u konačnu singularnost prije nego promatrač bude mogao vidjeti čitav svemir.

Završit ću ovo predavanje temom o kojoj Roger i ja imamo vrlo različita gledišta – strijela vremena. U našem području svemira postoji vrlo jasna distinkcija između smjera vremena prema naprijed i prema natrag. Da biste vidjeli razliku dovoljno je pogledati film koji se vrti unatrag. Umjesto da se šalice koje padnu sa stola razbiju, one bi se same sastavile i skočile natrag na stol. Da je barem život takav.

Lokalni zakoni kojima se pokoravaju fizikalna polja su vremenski simetrični ili točnije, oni su CPT invarijantni. Dakle, opažena razlika između prošlosti i budućnosti mora potjecati od rubnih uvjeta svemira. Uzmimo da je svemir prostorno zatvoren i da se širi do najveće veličine i zatim ponovo urušava. Kako je Roger istaknuo, svemir će na dvama krajevima povijesti biti vrlo različit. U onom što zovemo početkom svemira, izgleda da je bio vrlo homogen i pravilan. Međutim, kad se ponovno uruši, očekujemo da bude vrlo ne-

uređen i nepravilan. Budući da postoji toliko mnogo više neuređenih nego uređenih konfiguracija, to znači da su početni uvjeti morali biti nevjerojatno precizno odabrani.

Izgleda, stoga, da moraju postojati različiti rubni uvjeti na dvama krajevima vremena. Rogerov je prijedlog da bi Weylov tenzor morao iščeznuti na jednom kraju vremena, ali ne i na drugom. Weylov tenzor je onaj dio prostorvremenske zakrivljenosti koji nije lokalno određen materijom kroz Einsteinove jednadžbe. U pravilnim, uređenim početnim stadijima bio bi malen, ali velik u urušavajućem svemiru. Stoga bi ovaj prijedlog razlikovao dva kraja vremena i tako mogao objasniti strijelu vremena (crtež 5.13).



Crtež 5.13. Hipoteza Weylovog tenzora za razlikovanje između dvaju krajeva svemira.

Mislim da je Rogerov prijedlog Weylovski u više nego jednom smislu riječi. Prvo, nije CPT invarijantan. Roger to vidi kao vrlinu, ali moj je osjećaj da se treba držati simetrija osim ako postoje razlozi koji prisiljavaju da se od njih odustane.

Kako ću pokazati, nije nužno odustati od CPT očuvanja. Drugo, da je Weylov tenzor bio upravo jednak nuli u ranom svemiru, ovaj bi bio posve homogen i izotropan i takav bi ostao sve vrijeme. Rogerova Weylova hipoteza ne bi mogla objasniti fluktuacije pozadinskog zračenja niti perturbacije zbog kojih nastaju galaktike i tijela poput nas samih.

Zamjerke hipotezi Weylovog tenzora

1. Nije CPT invarijantan.
2. Weylov tenzor nije mogao biti upravo jednak nuli. Ne objašnjava male fluktuacije.

Unatoč svemu ovom, mislim da je Roger točno ukazao na važnu razliku između dvaju krajeva vremena. Međutim, činjenica da je Weylov tenzor mali na jednom kraju ne bi trebala biti nametnuta kao ad hoc rubni uvjet, već bi trebala biti izvedena iz temeljnijeg načela, prijedloga bez-graničnosti. Kako smo vidjeli, iz ovog slijedi da su perturbacije oko polovice euklidske četiri-sfere spojene s polovicom Lorentz-de Sitterovog rješenja u svom osnovnom stanju. Drugim riječima, one su toliko male koliko mogu biti, u skladu s načelom neodređenosti. Iz toga bi onda slijedio Rogerov uvjet za Weylov tenzor: Weylov tenzor ne bi bio upravo jednak nuli, ali bi bio onoliko blizak nuli koliko je to moguće.

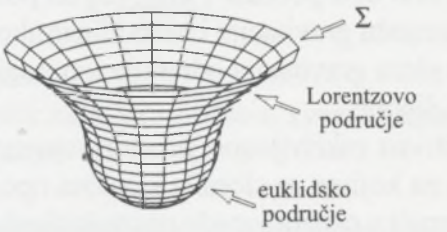
U početku sam mislio da bi ovi argumenti o tome da su perturbacije u svom osnovnom stanju trebali biti primjenljivi na oba kraja ciklusa širenja-sažimanja. Svemir bi otpočeo kao homogen i uređen i postajao sve više neuređen i nepravilan tijekom širenja. Međutim, mislio sam da bi se vratio u homogeno i uređeno stanje kako bi postajao sve manji. Iz toga bi slijedilo da bi se termodinamička strijela vremena morala preokrenuti u fazi sažimanja. Šalice bi se same popravljale i skakale natrag na stol. Ljudi bi postajali mlađi, a ne stariji,

kako bi svemir ponovo postajao manji. Nema puno koristi čekati dok se svemir ponovo počne urušavati da bismo se vratili u svoju mladost, jer će to dugo potrajati. Međutim, ako se strijela vremena okreće kad se svemir sažima, mogla bi se isto tako preokrenuti unutar crnih jama. Ipak, ne bih preporučio skakanje u crnu jamu kao način produžavanja života.

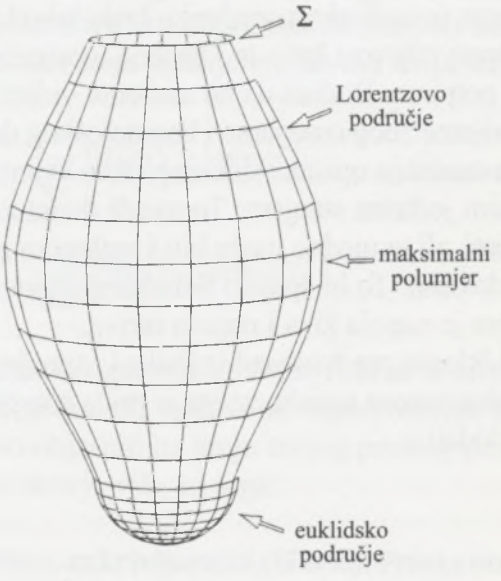
Napisao sam članak u kojem tvrdim da bi se strijela vremena preokrenula kad se svemir ponovo bude sažimao. Ipak, nakon toga, rasprave s Don Pageom i Raymondom Laflammeom uvjerile su me da sam napravio svoju najveću pogrešku u fizici: svemir se pri urušavanju ne bi vratio u homogeno stanje. To znači da se strijela vremena ne bi preokrenula. Nastavila bi pokazivati u istom smjeru kao i tijekom širenja.

Kako dva kraja vremena mogu biti različita? Zašto bi perturbacije bile male na jednom kraju, ali ne i na drugom? Razlog je u tome što postoje dva moguća kompleksna rješenja jednadžbi polja koja se podudaraju na maloj tri-sfernoj granici. Jedno je ono koje sam ranije opisao: to je približno pola euklidske četiri-sfere spojene s malim dijelom Lorentz – de Sitterovog rješenja (crtež 5.14). Drugo moguće rješenje sadrži istu polovicu euklidske četiri-sfere, spojenu s Lorentzovim rješenjem, koja se širi do vrlo velikog polumjera i zatim se ponovo sažima do malog polumjera dane granice (crtež 5.15). Očigledno, jedno rješenje odgovara jednom, a drugo drugom kraju vremena. Razlika između dvaju krajeva dolazi od činjenice da su u slučaju prvog rješenja sa samo kratkim Lorentzovim razdobljem perturbacije u tri-metrici h_{ij} jako prigušene. One, međutim, mogu biti vrlo velike bez znatnog gušenja u slučaju rješenja koje se širi i ponovo sažima. To uzrokuje razliku između dva kraja vremena na koju je Roger ukazao. Na jednom kraju, svemir je vrlo gladak i Weylov tenzor je vrlo malen. Ipak, ne bi mogao biti točno jednak nuli, jer bi to bilo narušavanje načela neodređenosti. Umjesto toga, postojale bi male fluktuacije koje bi kasnije izrasle u

galaktike i tijela poput nas. Nasuprot tomu, na drugom bi kraju svemir bio vrlo nepravilan i kaotičan s tipično velikim Weylovim tenzorom. To bi objasnilo opaženu strijelu vremena i zašto šalice padaju sa stola i razbiju se umjesto da se same popravljaju i skoče natrag na stol.



Crtež 5.14. Pola euklidske četiri-sfere spojene s malim Lorentzovim područjem.



Crtež 5.15. Pola euklidske četiri-sfere spojene s Lorentzovim područjem koje se širi do maksimalnog polumjera i zatim ponovo sažima.

Budući da se strijela vremena neće preokrenuti – a ja sam već prekoračio svoje vrijeme – bit će bolje da privedem predavanje kraju. Naglasio sam ono što smatram dvama najznačajnijim stvarima koje sam naučio u mom istraživanju prostora i vremena: (1) da gravitacija zakrivljuje prostorvrijeme tako da ono ima početak i kraj; (2) da postoji duboka povezanost između gravitacije i termodinamike koja se pojavljuje zato jer sâma gravitacija određuje topologiju mnogostrukosti na koju djeluje.

Pozitivna zakrivljenost prostorvremena stvorila je singularnosti na kojima se slomila klasična opća teorija relativnosti. Kozmička cenzura može nas zaštiti od singularnosti crnih jama, ali Veliki prasak vidimo u njegovoj punoj ogoljelosti. Međutim, kvantna opća relativnost, skupa s ne-granica prijedlogom, predviđa svemir poput ovog kakvog opažamo i čak izgleda da predviđa opaženi spektar fluktuacija u mikrovalnom pozadinskom zračenju. Ipak, iako kvantna teorija vraća predvidljivost koju je klasična teorija izgubila, ona to ne čini potpuno. Budući da ne možemo vidjeti cjelokupno prostorvrijeme zbog crne jame i kozmološkog događajnog obzora, naša opažanja opisana su kompletom kvantnih stanja umjesto jednim jedinim stanjem. To uvodi dodatnu razinu nepredvidivosti, ali to ujedno može biti i razlogom zašto svemir izgleda klasičan. To bi spasilo Schrödingerovu mačku iz stanja u kojem je napola živa i napola mrtva.

Ukloniti predvidivost iz fizike i zatim je ponovo vratiti, ali u reduciranom smislu, zaista je priča o uspjehu. Nemam više što dodati.

ŠESTO POGLAVLJE

TVISTORSKI POGLED NA PROSTORVRIJEME

R. Penrose

Dopustite na početku neke primjedbe u svezi Stephenovog prethodnog predavanja.

- **O klasičnoj prirodi mačaka**. Stephen je ustvrdio da smo prisiljeni na opisivanje matricom gustoće zato jer je određeno područje prostorvremena nedostupno. To međutim nije dovoljno da bi objasnilo klasičnu prirodu opažanja u našem području. Matrica gustoće koja odgovara nalaženju ili žive mačke $|\text{živa}\rangle$ ili mrtve mačke $|\text{mrtva}\rangle$ ista je ona matrica gustoće koja opisuje mješavinu dviju superpozicija,

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{živa}\rangle + |\text{mrtva}\rangle)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{živa}\rangle - |\text{mrtva}\rangle).$$

  Stoga sama ma[illegible]limo li živu ili mrtvu mačku ili jednu od ovih dviju superpozicija. Kao što sam pokušao objasniti na kraju mojeg prošlog predavanja, potrebno nam je više od toga.

- **Hipoteza Weylove zakrivljenosti (HWZ)**. Prema onom kako ja razumijem Stephenovo gledište, ne mislim da je naše neslaganje o ovome jako veliko. Za početnu je singularnost Weylova zakrivljenost približno jednaka nuli,

dok konačne imaju veliku Weylovu zakrivljenost. Stephen je tvrdio da u početnom stanju moraju postojati male kvantne fluktuacije i tako istaknuo da hipoteza da je početna Weylova zakrivljenost jednaka točno nuli ne bi bila razumna. Ne mislim da je ovo stvarno neslaganje. Izjava da je Weylova zakrivljenost u početnoj singularnosti nula je klasična, i posve sigurno postoji izvjesna fleksibilnost glede točnog izričaja hipoteze. S mojeg gledišta male su perturbacije prihvatljive, posve sigurno u kvantnom režimu. Jedino nam je potrebno neko ograničenje u području vrlo blizu nuli. Također je za očekivati termalne fluktuacije u Riccijevom tenzoru (zbog tvari) u ranom svemiru, i možda bi one na kraju dovele do stvaranja crnih jama 10^6 Sunčevih masa kroz Jeansovu nestabilnost. Bliska okolina singularnosti u ovim crnim jamama imala bi tada veliku Weylovu zakrivljenost, ali to su singularnosti konačnog, a ne početnog tipa, što je u skladu s HWZ.

Slažem se sa Stephenom da je HWZ "botanička", tj. fenomenološka, a ne objašnjavajuća. Nedostaje joj teorija na koju bi se oslanjala i koja bi je objasnila. Možda je "negranica prijedlog" (NPG) Hartlea i Hawkinga dobar kandidat za strukturu početnog stanja. Ipak, čini mi se da nam je potrebno nešto posve različito da bismo se mogli nositi s *konačnim* stanjem. Posebice, teorija koja objašnjava strukturu singularnosti morala bi narušiti T, PT, CT i CPT simetrije da bi nastalo nešto što bi imalo prirodu HWZ. Ovo narušavanje vremenske simetrije moglo bi biti posve tanahno; moralo bi biti implicitno sadržano u pravilima one teorije koja ide dalje od kvantne mehanike. Stephen je ustvrdio da bi u svjetlu poznatog teorema kvantne teorije polja (KTP) trebalo očekivati da teorija bude CPT invarijantna. Međutim, dokaz tog teorema pretpostavlja da su primjenljiva uobičajena pravila KTP i da je pozadinski prostor ravan. Mislim da se i Stephen i ja slažemo

da drugi uvjet nije zadovoljen, a ja također vjerujem da i prva pretpostavka nije ispunjena.

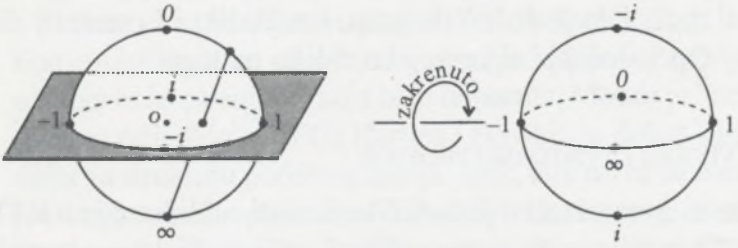
Čini mi se također da gledište koje Stephen predlaže glede ne-granica prijedloga (NPG) ne podrazumijeva da ne postoje bijele jame. Ako ispravno razumijem Stephenovo gledište, PBG podrazumijeva da u biti postoje dva rješenja: jedno (A) gdje se perturbacije povećavaju dalje od singularnosti, i jedno (B) u kojem one odumiru. (A) zapravo odgovara Velikom prasku, dok (B) opisuje singularnosti crnih jama i veliko sažimanje. Strijela vremena, određena drugim zakonom termodinamike, ide od rješenja (A) prema rješenju (B). Međutim, ne vidim kako ova interpretacija NPG isključuje bijele jame (B)-tipa. Kao posebno pitanje, brinem o "postupku euklidizacije". Stephenova rasprava počiva na činjenici da je moguće slijepiti skupa euklidsko i Lorentzovo rješenje. Međutim, postoji jako malo prostora za koje je to moguće učiniti, budući da je nužno da imaju i euklidski i Lorentzov dio. Opći slučaj je sigurno jako daleko od toga.

TVISTORI I TVISTORSKI PROSTOR

Što to u stvari leži u pozadini korisnosti euklidizacije u KTP? KTP zahtijeva dijeljenje veličina polja u dijelove s pozitivnim i negativnim frekvencijama. Prvi se šire prema naprijed u vremenu, drugi prema natrag. Da bi se odredilo propagatore te teorije, potreban je način izdvajanja dijela s pozitivnom frekvencijom (tj. s pozitivnom energijom). Jedan (drukčiji) okvir unutar kojeg je moguće obaviti ovu podjelu je *tvistorska teorija* – u stvari, ova podjela bila je jedan od važnih prvobitnih motivacija za tvistore (vidi Penrose 1986).

Da bismo ovo pobliže objasnili, promotrimo najprije kompleksne brojeve, temeljne za kvantnu teoriju, struktura kojih, kao što ćemo vidjeti, također leži u pozadini strukture

prostorvremena. To su brojevi oblika $z = x + iy$, gdje su x, y realni brojevi, a i zadovoljava jednadžbu $i^2 = -1$, a skup takvih brojeva označava se s $\mathbb{C}$. Te je brojeve moguće prikazati u ravnini (kompleksna ravnina), ili, ako dodamo točku u beskonačnosti, na sferi – *Riemannova sfera*. Ova je sfera vrlo koristan pojam u mnogim područjima matematike, kao što su npr. matematička analiza i geometrija, ali također i u fizici. Sferu je moguće projicirati na ravninu (zajedno s točkom u beskonačnosti). Uzmimo ravninu u kojoj leži ekvator sfere i spojimo bilo koju točku na sferi s južnim polom. Točka u kojoj spojnica presijeca ravninu je odgovarajuća točka u ravnini. Primijetimo da pri ovom preslikavanju sjeverni pol prelazi u ishodište, južni pol u beskonačnost, a realnoj osi odgovara okomita kružnica koja sadrži sjeverni i južni pol. Možemo zakrenuti sferu tako da realni brojevi odgovaraju ekvatoru, i za trenutak bih želio usvojiti upravo tu konvenciju (vidi crtež 6.1).



Crtež 6.1. Riemannova sfera, koja predstavlja sve kompleksne brojeve, zajedno s ∞.

Pretpostavimo da je zadana funkcija $f(x)$ realne varijable x, čije su vrijednosti kompleksne. Prema gore iznesenom, možemo razmišljati o f kao o funkciji zadanoj na ekvatoru. Prednost ovakvog gledišta je u tome što postoji prirodni kriterij za odlučivanje je li f pozitivne ili negativne frekvencije: $f(x)$ je pozitivne frekvencije ako ju je moguće proširiti na holomorfnu (kompleksno analitičku) funkciju na sjevernoj polutci, i jednako tako, f je negativne frekvencije ako se može isto tako

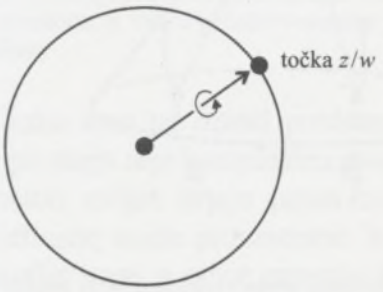
proširiti na južnu polutku. Općenitu funkciju moguće je podijeliti na dijelove pozitivne i negativne frekvencije. Zamisao tvistorske teorije je da se ova metoda upotrijebi na samom prostorvremenu na opći način. Ako imamo zadano polje na prostorvremenu Minkowskog, želimo ga, slično, podijeliti u dijelove pozitivne i negativne frekvencije. Kao put k razumijevanju ove podjele, konstruirat ćemo tvistorski prostor. (Vidi Penrose i Rindle 1986, i Hugget i Tod 1985. za više informacija o tvistorima).

Prije nego se time potanko pozabavimo, razmotrimo dvije važne primjene Riemannove sfere u fizici.

1. valna funkcija čestice spina 1/2 može biti u linearnoj superpoziciji stanja "gore" i "dolje":

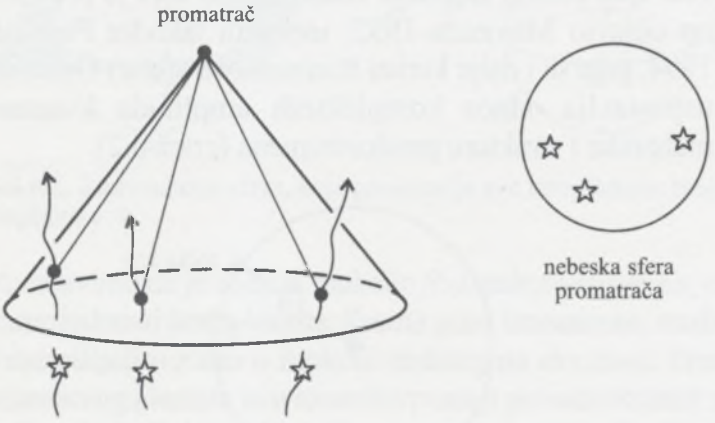
$$w|\uparrow\rangle + z|\downarrow\rangle.$$

Ovo stanje mogući $w|\uparrow\rangle + z|\downarrow\rangle$. očkom z/w na Riemannovoj sferi, a ta točka odgovara mjestu na kojem pozitivna os spina, iz središta sfere, probada sferu. (Za veći spin postoji složenija konstrukcija, koju je prvobitno objavio Majorana 1932; usporedi također Penrose 1994, gdje se i dalje koristi Riemannova sfera.) Ovim se uspostavlja odnos kompleksnih amplituda kvantne mehanike i strukture prostorvremena (crtež 6.2).



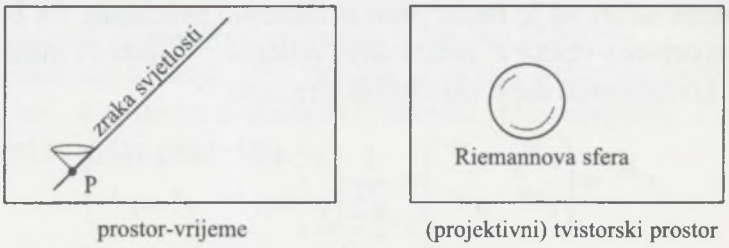
Crtež 6.2. Prostor spinskih smjerova za česticu spina 1/2 je Riemannova sfera omjera z/w amplituda w (spin gore) i z (spin dolje).

2. Zamislimo promatrača u nekoj točki prostorvremena, daleko u svemiru kako promatra zvijezde. Pretpostavimo da bilježi kutne položaje tih zvijezda na sferi. Ako drugi promatrač prolazi istom točkom u isto vrijeme, ali s nekom brzinom u odnosu na prvog, zbog aberacijskih efekata, on će iste zvijezde preslikati na druge položaje na sferi. Značajno je to da su ti različiti položaji točaka na sferi u međusobnom odnosu preko posebne transformacije zvane *Moebiusova transformacija*. Takve transformacije tvore upravo grupu koja čuva kompleksnu strukturu Riemannove sfere. Dakle, prostor zraka svjetlosti kroz točku prostorvremena, je, u prirodnom smislu, Riemannova sfera. Mislim da je uz to prekrasno to da se temeljna grupa simetrije fizike koja povezuje promatrače različitih brzina, naime (ograničena) Lorentzova grupa, može ostvariti kao grupa automorfizma najjednostavnije jedno-(kompleksno)-dimenzijske mnogostrukosti, Riemannova sfera (vidi crtež 6.3 i Penrose i Rindler 1984).



Crtež 6.3. Nebeska sfera promatrača, u teoriji relativnosti, je prirodno Riemannova sfera.

Osnovna ideja tvistorske teorije je da se pokuša iskoristiti ova veza između KM i prostorvremenske strukture – kakva se pokazuje u Riemannovoj sferi – proširenjem te ideje na cjelokupno prostorvrijeme. Pokušat ćemo razmatrati čitave svjetlosne zrake kao fundamentalnije čak i od točaka prostorvremena. Na taj način, smatramo prostorvrijeme sekundarnim pojmom i razmatramo tvistorski prostor – po podrijetlu prostor svjetlosnih zraka – kao fundamentalniji prostor. Ova dva prostora povezana su preslikavanjem koje predstavlja zrake svjetlosti u prostorvremenu kao točke u tvistorskom prostoru. Točka u prostorvremenu predstavljena je tada skupom zraka svjetlosti koje kroz nju prolaze. Dakle, točka u prostorvremenu postaje Riemannova sfera u tvistorskom prostoru. Trebali bismo razmišljati o tvistorskom prostoru kao o prostoru pomoću kojeg bismo trebali opisivati fiziku (crtež 6.4).



Crtež 6.4. U osnovnom tvistorskom preslikavanju, zrake svjetlosti u prostorvremenu (Minkowskog) predstavljene su kao točke u (projektivnom) tvistorskom prostoru, a točke prostorvremena predstavljene su kao Riemannove sfere.

Tvistorski prostor kako sam ga dosad predstavio ima pet (realnih) dimenzija pa stoga nije kompleksni prostor, budući da kompleksni prostori uvijek imaju paran broj (realnih) dimenzija. Ako svjetlosne zrake promatramo kao povijesti fotona, moramo također uzeti u obzir energiju fotona i isto tako njegov helicitet koji može biti desni ili lijevi. To je nešto složenije nego sama svjetlosna zraka, ali ima prednost da sad

imamo kompleksni projektivni tri-prostor (šest realnih dimenzija), $\mathbb{CP}_3$. To je *projektivni tvistorski prostor* ($\mathbb{P}\mathbf{T}$). On sadrži pet-dimenzijski potprostor $\mathbb{P}\mathcal{N}$ koji dijeli prostor $\mathbf{PT}$ u dva dijela, lijevo i desno orijentirane dijelove $\mathbb{P}\mathbf{T}^-$ i $\mathbb{P}\mathbf{T}^+$.

Točke u prostorvremenu zadane su s po četiri realna broja, a projektivni tvistorski prostor može se opisati pomoću odnosa četiriju kompleksnih brojeva. Ako zraka svjetlosti, prikazana u tvistorskom prostoru pomoću (Z^0, Z^1, Z^2, Z^3) prolazi točkom (r^0, r^1, r^2, r^3) u prostorvremenu, zadovoljena je relacija *incidencije*

$$\begin{pmatrix} Z^0 \\ Z^1 \end{pmatrix} = \frac{\mathrm{i}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} r^0 + r^3 & r^1 + \mathrm{i}r^2 \\ r^1 - \mathrm{i}r^2 & r^0 - r^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^2 \\ Z^3 \end{pmatrix} \tag{6.1}$$

Relacija incidencije (6.1) je temelj tvistorskog preslikavanja.

Bit će potrebno sada uvesti dvo-spinorsku notaciju. To je ono što obično počinje zbunjivati ljude, ali za bilo koji podrobniji račun taj je način pisanja izuzetno prikladan. Za bilo koji četvero-vektor r^a definiramo veličinu $r^{AA'}$, čije su matrične komponente dane slijedećim izrazom:

$$r^{AA'} = \begin{pmatrix} r^{00'} & r^{01'} \\ r^{10'} & r^{11'} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} r^0 + r^3 & r^1 + \mathrm{i}r^2 \\ r^1 - \mathrm{i}r^2 & r^0 - r^3 \end{pmatrix}$$

Uvjet da r^a bude realan jest jednostavno da $r^{AA'}$ bude *hermitska* matrica. Točka u tvistorskom prostoru definirana je pomoću dva spinora, s komponentama

$$\omega^A \equiv \begin{pmatrix} \omega^1 \\ \omega^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z^0 \\ Z^1 \end{pmatrix} \qquad \pi_{A'} \equiv \begin{pmatrix} \pi'_0 \\ \pi'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z^2 \\ Z^3 \end{pmatrix}$$

Relacija incidencije (6.1) tada postaje

$$\omega = \mathrm{i}r\pi$$

Primijetimo da pri pomaku ishodišta, kad se r^a nadomješta s

$$r^a \mapsto r^a - Q^a,$$

imamo

$$r^a \mapsto r^a - Q^a,$$
$$\omega^A \mapsto \omega^A - \mathrm{i}Q^{AA'}\pi_{A'}$$

dok $\pi_{A'}$ ostaje nepromijenjeno:

$$\pi_{A'} \mapsto \pi_{A'}.$$

Tvistor predstavlja četiri komponente količine gibanja p_a (od kojih su tri nezavisne) i šest komponenti kutne količine gibanja M^{ab} (od kojih su četiri nezavisne) čestice bez mase.

Izrazi su:

$$p_{AA'} = \mathrm{i}\bar{\pi}_A\pi_{A'}, \quad M^{AA'BB'} = \mathrm{i}\omega^{(A}\bar{\pi}^{B)}\epsilon^{A'B'} - \mathrm{i}\epsilon^{AB}\bar{\omega}^{(A'}\pi^{B')},$$

gdje zagrade označuju simetrični dio, a ϵ^{AB} i $\epsilon^{A'B'}$ su kosi Levi-Civita simboli. Ovi izrazi sadržavaju činjenicu da je količina gibanja p_a nula i usmjerena u budućnost, i da je Pauli-Lubanski spinski vektor jednak umnošku heliciteta s i četvero-količine gibanja. Ove veličine određuju tvistorske varijable $(\omega^A, \pi_{A'})$ do na sveukupni tvistorski fazni množitelj. Helicitet se može pisati kao

$$s = \frac{1}{2}Z^\alpha\bar{Z}_\alpha,$$

gdje je kompleksni konjugat tvistora $Z^\alpha = (\omega^A, \pi_{A'})$ jednak *dualnom* tvistoru $\bar{Z}_\alpha = (\bar{\pi}_A, \bar{\omega}^A)$. (Primijetite da kompleksna konjugacija međusobno zamjenjuje crtane i necrtane spinorske indekse, i zamjenjuje tvistore njima dualnima.) Ovdje $s > 0$ odgovara desnim česticama i stoga onome što nazivamo gornjom polovicom tvistorskog prostora $\mathbb{P}\mathbf{T}^+$, a $s < 0$ lijevim česticama, tj. donjoj polovici tvistorskog prostora $\mathbb{P}\mathbf{T}^-$. U slučaju $s = 0$ zapravo imamo svjetlosne zrake. (Jednadžba za $\mathbb{P}\mathbf{N}$, prostor svjetlosnih zraka, jest dakle $Z^a\bar{Z}_a = 0$, tj. $\omega^A\bar{\pi}_A + \pi_{A'}\bar{\omega}^{A'} = 0$).

$$s = \frac{1}{4}(Z^\alpha \bar{Z}_\alpha + \bar{Z}_\alpha Z^\alpha)$$

KVANTIZIRANI TVISTORI

Želimo imati kvantnu teoriju tvistora i za to nam je potrebno definirati tvistorsku valnu funkciju, funkciju s kompleksnim vrijednostima $f(Z^\alpha)$ na tvistorskom prostoru. *Bilo koja* funkcija $f(Z^\alpha)$ nije a priori valna funkcija, budući da Z^α sadrži komponente koje uključuju varijable položaja jednako kao i varijable količine gibanja, a sve njih ne možemo koristiti u isto vrijeme u valnoj funkciji. Položaj i količina gibanja ne komutiraju. U tvistorskom prostoru komutacijska pravila su

$$[Z^\alpha, \bar{Z}_\beta] = \hbar\delta^\alpha_\beta \quad [Z^\alpha, Z^\beta] = 0 \quad [\bar{Z}_\alpha, \bar{Z}_\beta] = 0$$

Dakle, Z^α i Z_α su konjugirane varijable i valna funkcija mora biti funkcija samo jedne, a ne i druge. To znači da valna funkcija mora bit holomorfna (ili u drugom slučaju antiholomorfna) funkcija od Z^α.

Moramo sada provjeriti kako prijašnji izrazi ovise o redoslijedu operatora. Pokazuje se da izrazi za količinu gibanja i kutnu količinu gibanja ne ovise o redoslijedu operatora i stoga su kanonski određeni. S druge strane, izraz za helicitet ovisi o redoslijedu pa moramo uzeto ispravnu definiciju. U tu svrhu moramo uzeti simetrični umnožak, tj.

$$s = \frac{1}{4}(Z^\alpha \bar{Z}_\alpha + \bar{Z}_\alpha Z^\alpha)$$

koji, u slici Z^α-prostora, može biti izražen na drugi način kao

$$s = \frac{\hbar}{2}\left(-2 - Z^\alpha \frac{\partial}{\partial Z^\alpha}\right)$$

$$= \frac{\hbar}{2}(-2 - \text{stupanj homogenosti u } Z^\alpha)$$

Možemo rastaviti valnu funkciju u vlastita stanja od s. To su upravo valne funkcije određene homogenosti. Na primjer,

čestica bez spina ima tvistorsku valnu funkciju homogenosti -2. Čestica lijevog spina 1/2 ima helicitet $s = -\hbar/2$ i stoga ima tvistorsku valnu funkciju homogenosti -1, dok bi desna inačica takve čestice (helicitet $s = \hbar/2$) imala tvistorsku valnu funkciju homogenosti -3. Za spin 2, desne i lijeve tvistorske valne funkcije imaju odgovarajuće homogenosti -6 i $+2$.

Ovo se može činiti malo iskrivljenim, jer, naposljetku, OTR je lijevo-desno simetrična. Međutim, možda to i nije tako loše, budući da je sama Priroda lijevo-desno asimetrična. Nadalje, Ashtekarove "nove varijable", koje su vrlo snažno oruđe u OTR, također su lijevo-desno asimetrične. Zanimljivo je da smo do lijevo-desno asimetričnosti došli na sve te različite načine.

Moglo bi se pomisliti da možemo vratiti simetriju ako zamijenimo $Z^\alpha \leftrightarrow \bar{Z}_\alpha$ preokrenemo tablice homogenosti i zatim upotrijebimo Z^α za jedan helicitet i Z_α za drugi. Međutim, jednako kao što ne možemo miješati slike prostora položaja i prostora količine gibanja istovremeno u običnoj KT, slično tome ne možemo miješati slike Z^α i $\bar{Z}_\alpha$. Moramo izabrati jednu ili drugu. Da li je jedna ili druga fundamentalnija, preostaje da se vidi.

Želimo nadalje dobiti prostorvremenski opis $f(Z)$. To je moguće pomoću konturnog integrala

$$\begin{Bmatrix} \phi_{A'\ldots G'}(r) \\ ili \\ \phi_{A\ldots G}(r) \end{Bmatrix} = \int_{\omega=ir\pi} \begin{Bmatrix} \pi_{A'}\ldots\pi_{G'} \\ ili \\ \dfrac{\partial}{\partial\omega^A}\ldots\dfrac{\partial}{\partial\omega^G} \end{Bmatrix} f(Z^\alpha)\pi_{E'}d\pi^{E'},$$

gdje se integracija provodi po konturi u prostoru onih Z-ova koji se podudaraju s r (prisjetimo se da Z ima dva dijela, ω i π), gdje broj π-ova ili parcijalnih derivacija $\partial/\omega\partial$ ovisi o spinu (i orijentaciji) polja. Ova jednadžba definira prostorvremensko polje $\phi_{\ldots}(r)$ koje automatski zadovoljava jednadžbe polja za česticu bez mase. Dakle, uvjet holomorfnosti tvistor-

skog polja sadrži u sebi sve složene jednadžbe polja čestice bez mase, barem za linearno polje u ravnom prostoru, ili za slaboenergijsku granicu Einsteinovog polja.

Geometrijski, točka r u prostorvremenu je $\mathbb{C}P_1$ crta (što je Riemannova sfera) u tvistorskom prostoru. Ova crta mora prolaziti područjem u kojem je $f(Z)$ definirana. $f(Z)$ općenito nije definirana svugdje i ima singularna mjesta (zaista, ta singularna mjesta zaobilazimo pri izračunu vrijednosti konturnog integrala). Matematički točnije, tvistorska valna funkcija je *kohomološki* element. Da bismo to razumjeli, promotrimo skup otvorenih okolina područja tvistorskog prostora koje nas zanima. Tvistorska funkcija mora tada biti definirana na *presjeku* parova ovih otvorenih skupova. To znači da je element kohomologije prvog svežnja. Neću to podrobnije objašnjavati, ali "kohomologija svežnja" je vrlo zvučna fraza i zgodna za korištenje!

Prisjetimo se da je ono što smo stvarno željeli, u analogiji s KTP, pronaći način da odijelimo dijelove pozitivnih i negativnih frekvencija polja amplituda. Ako se tvistorska funkcija definirana na $\mathbb{P}\mathcal{N}$ proteže (kao element prve kohomologije) na gornju polovicu tvistorskog prostora $\mathbb{P}\mathbf{T}^+$, ona je pozitivne frekvencije. Ako se proteže na donju polovicu $\mathbb{P}\mathbf{T}^-$, ona je negativne frekvencije. Na taj način tvistorski prostor obuhvaća pojam pozitivne i negativne frekvencije.

Ova podjela dopušta nam primjenu kvantne fizike u tvistorskom prostoru. Andrew Hodges (1982, 1985, 1990) je razvio pristup KTP koristeći tvistorske dijagrame koji su analogni Feynmanovim dijagramima u prostorvremenu. Njihovim korištenjem, došao je do nekih posve novih načina regulariziranja KTP. To su metode o čijoj primjeni ne bismo razmišljali u pristupu unutar uobičajenog prostorvremena, ali koje su vrlo prirodne u tvistorskoj slici. Novi pogled koji je početno nastao iz ideje Michaela Singera (Hodges, Penrose i Singer 1989) također je potaknut *konformnom teorijom polja*

(KoTP). Stephen je u svom prvom predavanju iznio neke vrlo podcjenjujuće primjedbe o teoriji struna, ali ja mislim da je KoTP, koja je teorija polja na svjetskoj plohi teorije struna, prekrasna (iako ne posve fizikalna) teorija. Definirana je na proizvoljnim Riemannovim površinama (od kojih je Riemannova sfera najjednostavniji primjer, ali koje uključuju sve jedno-kompleksno-dimenzijske mnogostrukosti poput torusa i "pereca"). Za tvistore, moramo poopćiti KoTP na mnogostrukosti s tri kompleksne dimenzije čije su granice kopije $\mathbb{P}\mathcal{N}$ (npr. prostori svjetlosnih zraka u prostorvremenu). Rad u ovom području napreduje, ali još nije odmakao daleko.

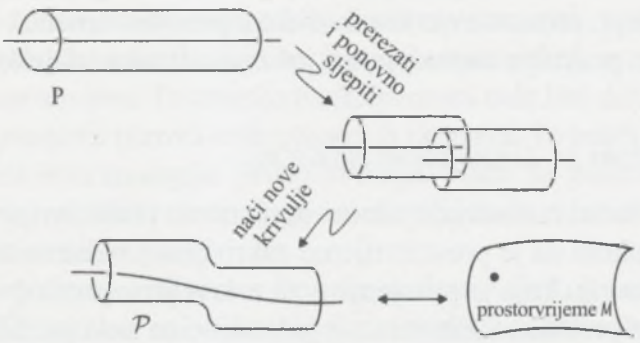
TVISTORI ZA ZAKRIVLJENE PROSTORE

Sve dosad razmatrano odnosi se na ravno prostorvrijeme, ali mi znamo da je prostorvrijeme zakrivljeno; trebamo tvistorsku teoriju koja je primjenjiva na zakrivljeno prostorvrijeme i koja preslikava Einsteinove jednadžbe na neki prirodni način.

Ako je mnogostrukost prostorvremena konformno ravna (ili, drugim riječima, ako je njen Weylov tenzor jednak nuli), nema problema u opisu ovog prostora tvistorima, budući da je tvistorska teorija u osnovi konformno invarijantna. Postoje i tvistorske ideje koje rade za razna konformno ne-ravna prostorvremena, kao što su definicija kvazi-lokalne mase (Penrose 1982; usporedi Tod 1990) i Woodhouse-Masonova (1988; usporedi također Fletcher i Woodhouse 1990) konstrukcija za stacionarne osno-simetrične vakuume (zasnovana na Wardovoj konstrukciji iz 1977. za anti-samo-dvojna Yang-Millsova polja na ravnom prostorvremenu; usporedi također Ward 1983), koja je dio vrlo općenitog tvistorskog pristupa integrabilnim sustavima (v. knjigu Masona i Woodhousea, 1996).

Trebali bismo se, međutim, biti u stanju nositi s općenitijim prostorvremenima. Za kompleksivno (ili "euklidizirano")

prostorvrijeme M s anti-samo-dvojnim Weylovim tenzorom (tj. samo-dvojna polovica Weylovog tenzora jednaka je nuli) postoji konstrukcija – takozvana nelinearna gravitonska konstrukcija – koja u potpunosti obrađuje ovaj problem (Penrose 1976). Da bismo vidjeli kako to radi, uzmimo dio tvistorskog prostora koji se sastoji od cjevaste okoline crte, ili nešto slično (recimo gornju polovicu ili pozitivno frekventni dio $\mathbb{P}\mathbf{T}^+$), i prerežimo ga u dva ili više dijelova.



Crtež 6.5. Nelinearna gravitonska konstrukcija

Zatim ga ponovo slijepimo skupa, ali s dijelovima međusobno pomaknutim. Općenito, ravne crte u početnom prostoru P bit će u novom prostoru P prekinute. Međutim, možemo potražiti nove holomorfne krivulje koje će zamijeniti početne (sada prekinute) ravne crte, dobivajući tako krivulje koje su glatko spojene. Ukoliko deformacija P od P nije prevelika, holomorfne krivulje dobivene na ovaj način – koje pripadaju istoj topološkoj porodici kao i početne crte – tvore četverodimenzijsku porodicu. Prostor čije točke predstavljaju ove holomorfne krivulje je naše anti-samo-dvojno (kompleksno) "prostorvrijeme" M (slika 6.5). Sada možemo izraziti Einsteinove jednadžbe vakuuma (Ricci-plosnatost) kao uvjet da je P holomorfna fibracija po projektivnoj crti $\mathbb{CP}_1$ (skupa s još nekim blagim uvjetima). Sve je to moguće postići izražava-

jući deformaciju P od P kao da je zadana preko *slobodnih* holomorfnih funkcija, i u načelu je sva informacija o zakrivljenom prostorvremenu M zapisana u ovim funkcijama (iako nalaženje traženih holomorfnih funkcija u P može biti teško).

Ono što zaista želimo je riješiti *pune* Einsteinove jednadžbe (budući da zadnja konstrukcija rješava samo reducirani problem u kojem je polovica Weylovog tenzora jednaka nuli), ali je problem očito težak i odupro se mnogim pokušajima tijekom zadnjih dvadeset godina. Zadnjih nekoliko godina, međutim, pokušavao sam s novim pristupom (usporedi Penrose 1992). Iako još uvijek nemam rješenje problema, izgleda da je to dosad put koji najviše obećava napredak. Izgleda da zaista postoji duboka povezanost između tvistora i Einsteinovih jednadžbi. Na to ukazuju dva opažanja:

1. Einsteinove jednadžbe za vakuum $R_{ab} = 0$ ujedno su i uvjet konzistentnosti za bezmaseno polje heliciteta $s = 3/2$ (kad je to polje zadano pomoću potencijala).
2. U ravnom prostorvremenu M prostor naboja nekoga $s = 3/2$-polja je upravo tvistorski prostor.

Budući plan rada je otprilike slijedeći: za zadano Ricci-ravno prostorvrijeme (tj. $R_{ab} = 0$), treba naći prostor naboja za $s = 3/2$-polja u njemu (što nije lagan zadatak). To bi onda bio tvistorski prostor Ricci-ravnog prostorvremena. Drugi je korak naći način konstruiranja takvih tvistorskih prostora koristeći slobodne holomorfne funkcije i, najzad, rekonstruirati početno prostorvremensku mnogostrukost iz ovog tvistorskog prostora za svaki od slučajeva.

Ne očekujemo da taj tvistorski prostor bude linearan, budući da mora dati zakrivljenu strukturu kad rekonstruiramo prostorvrijeme. Također, konstrukcija mora, na profinjeni način, biti jako nelokalna, budući da su i naboj i potencijal za $s = 3/2$-polje nelokalni. Očekujemo da bi to trebalo pomoći u objašnjavanju nelokalne fizike poput EPR pokusa o kojima

sam govorio u mom prethodnom predavanju (Poglavlje 4) – ti pokusi podrazumijevaju da objekti u udaljenim područjima prostorvremena mogu na neki način biti "povezani" međusobno.

TVISTORSKA KOZMOLOGIJA

Želio bih završiti, navodeći neke napomene o kozmologiji i tvistorima – iako će biti prilično na razini pokušaja. Rekao sam da Weylov tenzor zakrivljenosti mora biti jednak nuli u prošlim singularnostima i da je prostorvrijeme tamo blizu toga da bude konformno ravno. To znači da je tvistorski opis početnog stanja vrlo jednostavan. Taj opis vremenom postaje sve složeniji, a Weylova zakrivljenost sve je više prožimajuća. Ovaj oblik ponašanja je u skladu s opaženom vremenskom asimetrijom u geometriji svemira.

S gledišta kompleksno-holomorfne ideologije tvistorske teorije, Veliki prasak s $k < 0$, koji vodi do otvorenog svemira treba imati prednost (Stephenu je draži zatvoreni svemir). Razlog je u tome što je jedino u $k < 0$ svemiru grupa simetrije početne singularnosti holomorfna grupa, naime upravo Moebiusova grupa holomorfnih samo-transformacija Riemannove sfere $\mathbb{CP}_1$ (tj. ograničena Lorentzova grupa). To je ista grupa koja je na samom početku pokrenula teoriju tvistora – tako da, iz tvistorsko-ideoloških razloga dajem prednost $k < 0$. Budući da se ovo zasniva samo na ideologiji, mogu to povući u budućnosti ako sam u krivu i pokaže se da je svemir, u stvari, zatvoren!

PITANJA I ODGOVORI

Pitanje: Koje je fizikalno značenje stanja s helicitetom 3/2?

Odgovor: Spin u ovom pristupu nije stvarno fizikalno polje, nego prije jedno pomoćno polje za definiranje tvistora. Ne razmišljam o njemu kao o polju čestice koju bi netko mogao otkriti. S druge strane, s gledišta supersimetrije, to bi bio superpartner gravitonu.

Pitanje: Gdje se u tvistorskom gledištu pojavljuje vremenski-asimetrični **R**-proces o kojem ste prošli put govorili?

Odgovor: Morate shvatiti da je tvistorska teorija vrlo oprezna teorija i ne govori zasad ništa o tome. Bilo bi mi jako drago vidjeti da se u tvistorskoj teoriji pojavi vremenska asimetrija, ali zasad ne znam kako će do toga doći. Međutim, ako dovoljno daleko provedemo čitavi plan, sigurno bi se trebala pojaviti, možda na način maglovito nalik asimetričnosti lijevo/desno. Također, pristup Andrewa Hodgesa planu regularizacije formalno uvodi vremensku asimetričnost, ali na tom se prašina, zasad, još nije slegla.

Pitanje: Koja bi nelinearna KTP mogla biti najdostupnija pristupu pomoću tvistorske teorije ?

Odgovor: Dosad je proučen samo standardni model (u kontekstu tvistorskih dijagrama).

Pitanje: Teorija struna eksplicitno predviđa spektar čestica. Gdje se to pojavljuje u tvistorskoj teoriji?

Odgovor: Ne znam kako bi se spektar čestica mogao konačno pojaviti, iako je o tome bilo nekih ideja. Međutim, drago mi je čuti da teorija struna "eksplicitno predviđa spektar čestica". Moje je gledište da dok ne shvatimo opću teoriju relativnosti (OTR) u okviru tvistorske teorije, nećemo biti u stanju riješiti ovaj problem, budući da su mase povezane s OTR. Međutim, na neki način, i to je gledište teorije struna.

Pitanje: Kakvo je tvistorsko gledište o kontinuiranosti/diskontinuiranosti ?

Odgovor: Jedna od ranih motivacija za tvistorsku teoriju bila je teorija spinskih mreža, u kojoj se težilo izgraditi prostor od diskretnih kombinatoričkih kvantnih pravila. Može se jednako tako pokušati konstruirati tvistorsku teoriju od diskretnih stvari. Međutim, tijekom godina trend se odmaknuo prema holomorfnim umjesto kombinatoričkih metoda, ali to ne znači da je diskretno gledište inferiorno. Možda postoji duboka povezanost između diskretnih i holomorfnih pojmova, ali se još nije pojavila ni na koji jasan način.

SEDMO POGLAVLJE

RASPRAVA

S. W. Hawking i R. Penrose

STEPHEN HAWKING

Ova predavanja jasno su pokazala razliku između Rogera i mene. On je platonist, a ja sam pozitivist. On je zabrinut što je Schrödingerova mačka u nekom kvantnom stanju, gdje je napola živa i napola mrtva. On osjeća da to ne može odgovarati stvarnosti. Međutim, mene to ne muči. Ja od teorije ne zahtijevam da odgovara stvarnosti, budući da ne znam što je stvarnost. Stvarnost nije svojstvo koje možete ispitati lakmus papirom. Sve o čemu ja brinem je da bi teorija trebala predvidjeti rezultate mjerenja. Kvantna teorija to čini vrlo uspješno. Ona predviđa da je rezultat promatranja ili da je mačka živa ili da je mrtva. To je slično tome da ne možete biti malo trudni: ili jeste ili niste.

Razlog zbog kojeg ljudi poput Rogera, da ne spominjem udruge ljubitelja životinja, imaju prigovora na Schrödingerovu mačku je taj da im izgleda apsurdno prikazivati stanje kao $1/\sqrt{2}$ (mačka$_{živa}$ + mačka$_{mrtva}$). Zašto ne $1/\sqrt{2}$ (mačka$_{živa}$ – mačka$_{mrtva}$). Rečeno drukčije, izgleda kao da ne postoji nikakva interferencija između mačka$_{mrtva}$ i mačka$_{živa}$. Možete dobiti interferenciju između čestica koje prolaze kroz različite pukotine, budući da ih je moguće relativno dobro izolirati od okoline koju ne mjerimo. Međutim, nije moguće izolirati nešto tako veliko poput mačke od uobičajenih međumolekulnih sila čiji je nositelj elektromagnetsko polje. Nije potrebna kvantna gravitacija da bi se objasnilo Schrödingerovu mačku ili rad mozga. To samo odvraća pažnju.

Nisam ozbiljno predlagao da su kozmološki događajni obzori razlog zbog kojeg izgleda da je Schrödingerova mačka klasična životinja koja je ili živa ili mrtva, ali ne kombinacija tih dviju mogućnosti. Kako sam rekao, bilo bi već dovoljno teško izolirati mačku od ostatka sobe, tako da ne treba brinuti još i o dalekim područjima svemira. Sve što sam rekao je to da čak i kad bismo mogli promatrati fluktuacije u mikrovalnom pozadinskom zračenju s velikom točnošću, izgledalo bi da je njihova raspodjela klasična. Ne bismo mogli otkriti nikakva svojstva kvantnih stanja poput interferencije ili korelacija među fluktuacijama različitih modova. Kad govorimo o čitavom svemiru, nema vanjskog okruženja kao u slučaju Schrödingerove mačke, ali se još uvijek pojavljuje dekoherencija i klasično ponašanje, budući da ne možemo vidjeti čitav svemir.

Roger dovodi u pitanje moje korištenje euklidskih metoda. Posebice prigovara mojim slikama euklidske geometrije povezane s Lorentzovom. Kao što s pravom kaže, to je moguće samo za vrlo posebne slučajeve: općenito Lorentzovo prostorvrijeme nema presjeka u kompleksnoj mnogostrukosti na kojem je metrika realna i pozitivno definitna, što znači euklidska. Međutim, to je krivo razumijevanje pristupa pomoću euklidskih integrala puta čak i za obična negravitacijska polja. Promotrimo Yang-Millsov slučaj, koji dobro razumijemo. Počinje se od integrala puta $e^{i\,\text{djelovanje}}$ po svim Yang-Millsovim vezama u prostoru Minkowskog. Ovaj integral oscilira i ne konvergira. Da bi se dobilo integral puta s boljim ponašanjem, primjenjuje se Wickova rotacija u euklidskom prostoru tako da se uvede imaginarna vremenska koordinata $\tau = -it$. Izraz koji se integrira tada postaje $e^{-\text{euklidsko djelovanje}}$ i integral puta se računa po svim realnim vezama u euklidskom prostoru. Veza koja je realna u euklidskom prostoru općenito neće također biti realna u prostoru Minkowskog. To, međutim, nije važno. Zamisao je da je integral puta po svim realnim vezama u euklidskom prostoru ekvivalentan u smislu konturnih

integrala integralu puta po svim realnim vezama u prostoru Minkowskog. Kao u slučaju kvantne gravitacije, moguće je izračunati Yang-Millsov integral puta metodama sedlene točke. Ovdje su rješenja u sedlenim točkama Yang-Millsovi instantoni za čije su klasificiranje toliko učinili Roger i tvistorski program. Yang-Millsovi instantoni su realni u euklidskom prostoru. U prostoru Minkowskog oni su, međutim, kompleksni. To nije važno. Oni svejedno daju brzine fizikalnih procesa kao što je elektroslabo stvaranje bariona.

Slična je situacija u kvantnoj gravitaciji. Tu se može uzeti integral puta po pozitivno određenim to jest euklidskim, umjesto po Lorentzovim metrikama. Uistinu, to je potrebno učiniti da bi se dopustilo da gravitacijsko polje ima različite topologije. Moguće je imati Lorentzovu metriku samo na mnogostrukosti čiji je Eulerov broj nula. Međutim, kako smo vidjeli, zanimljivi kvantnogravitacijski učinci poput unutarnje entropije javljaju se upravo od prostorvremenskih mnogostrukosti čiji je Eulerov broj različit od nule, koje ne dopuštaju Lorentzove metrike. Postoji problem u tome što euklidsko djelovanje za gravitaciju nije ograničeno odozdo, tako da izgleda da integral puta ne bi konvergirao. Međutim, tome je moguće doskočiti integrirajući konformni množitelj po kompleksnoj konturi. To je varanje, ali ja mislim da je to ponašanje vezano s baždarnom slobodom i da će se poništiti kad budemo znali kako pravilno izračunati integral puta. Ovaj se problem javlja zbog fizikalnog razloga: potencijalna energija gravitacije je negativna, jer je gravitacija privlačna. Stoga, pojavit će se u nekom obliku u bilo kojoj teoriji kvantne gravitacije. Postojat će i u teoriji struna ako ikad dospije tako daleko. Za sada, njeni su rezultati prilično jadni: teorija struna ne može opisati čak ni građu Sunca, a kamoli crnih jama.

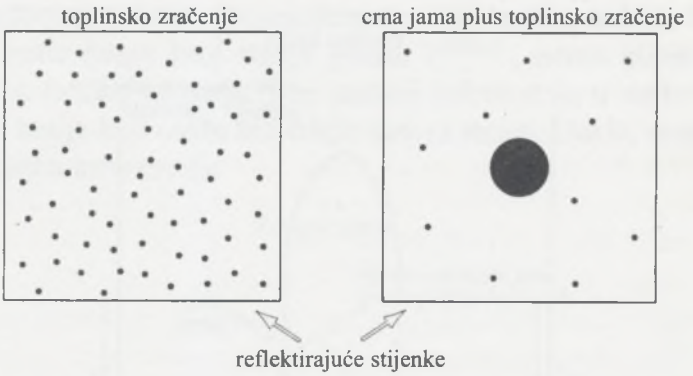
Nakon ove usputne kritike teorije struna, dopustite da se vratim euklidskom pristupu i ne-granica uvjetu. Iako integral puta treba računati po pozitivno određenim realnim metrika-

ma, sedlena točka može ipak biti kompleksna metrika. To će se dogoditi u kozmologiji kad je tro-površina Σ veća od neke jako male veličine. Iako sam opisao metriku kao polovicu euklidske četvero-sfere spojene na Lorentzovu metriku, to je bilo samo približno. Stvarna metrika sedlene točke bit će kompleksna. To može uznemiriti platonista kakav je Roger, ali je u redu za pozitivista kakav sam ja. Ne promatramo metriku sedlene točke. Sve što možemo promatrati je valna funkcija koja je iz nje izračunata, a ta odgovara realnoj Lorentzovoj metrici. Malo sam iznenađen da Roger prigovara mojem korištenju euklidskog i kompleksnog prostorvremena. On koristi kompleksno prostorvrijeme u svom tvistorskom programu. Doista, upravo su me Rogerove napomene o tome kako je pozitivna frekvencija holomorfna navele da razvijem program euklidske kvantne gravitacije. Ustvrdio bih da je ovaj program stvorio dva opažanjem provjerljiva predviđanja. Koliko su predviđanja stvorile teorija struna ili tvistorski program?

Roger osjeća da opažanje ili mjerenje putem **R** procesa, kolapsa valne funkcije, uvodi narušenje CPT simetrije u fiziku. On uočava takvo narušenje u bar dvije situacije: u kozmologiji i kod crnih jama. Ja se slažem da možda uvodimo vremensku asimetriju u načinu na koji postavljamo pitanja o opažanjima. Međutim, posve odbacujem ideju da postoji neki fizikalni proces koji odgovara reduciranju valne funkcije ili da to ima ikakve veze s kvantnom gravitacijom ili sa sviješću. Meni to zvuči kao magija, a ne kao znanost.

U svojim sam predavanjima već objasnio zašto mislim da prijedlog ne-granice može objasniti opaženu strijelu vremena u kozmologiji bez ikakvog narušavanja CPT simetrije. Sada ću objasniti zašto, za razliku od Rogera, mislim da ni crne jame ne uključuju nikakvu vremensku asimetriju. U klasičnoj općoj teoriji relativnosti, crna jama je definirana kao područje u koje objekti mogu upadati, ali iz kojeg ništa ne može izaći. Zašto, mogli bismo se upitati, ne postoje također bijele jame,

područja iz kojih objekti mogu izaći, ali u koja ništa ne može upasti? Moj je odgovor da iako su crne i bijele jame vrlo različite u klasičnoj teoriji, one su jedno te isto u kvantnoj teoriji. Kvantna teorija uklanja razliku između crnih i bijelih jama: crne jame mogu emitirati, a vjerojatno bijele jame mogu apsorbirati. Predložio bih da o području govorimo kao o crnoj jami kad je ono veliko i klasično i ne emitira mnogo. S druge strane, mala jama koja odašilje velike količine kvantnog zračenja je upravo kako bismo očekivali da se ponaša bijela jama.

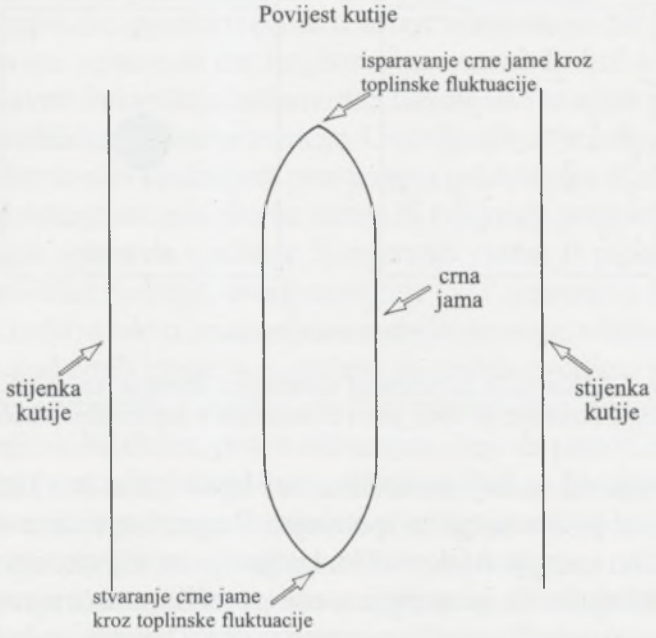


Crtež 7.1. Kutija s određenom količinom energije sadrži ili samo toplinsko zračenje, ili crnu jamu u ravnoteži s toplinskim zračenjem

Pojasniti ću na koji su način crne i bijele jame isto koristeći misaoni pokus što ga je spominjao Roger. Smjestimo veliku količinu energije u jako veliku kutiju čije su stijenke savršeno reflektirajuće. Ta se energija može na različite načine raspodijeliti po mogućim stanjima unutar kutije. Dvije moguće situacije odgovaraju golemoj većini stanja. Jedno je kutija ispunjena toplinskim zračenjem, a drugo crna jama u ravnnoteži s toplinskim zračenjem. Koja od ovih dviju situacija ima veći broj mikroskopskih stanja ovisi o veličini kutije i količini energije u njoj. Moguće je, međutim, tako odabrati ove parametre da te dvije situacije odgovaraju otprilike istom broju mikro-

skopskih stanja. Tada je za očekivati da kutija fluktuira između tih dviju mogućnosti. U nekim vremenima kutija će sadržavati samo toplinsko zračenje. U nekim drugim vremenima toplinske fluktuacije u zračenju značit će da je vrlo velik broj čestica u malom području i stvorit će se crna jama (crtež 7.1.).

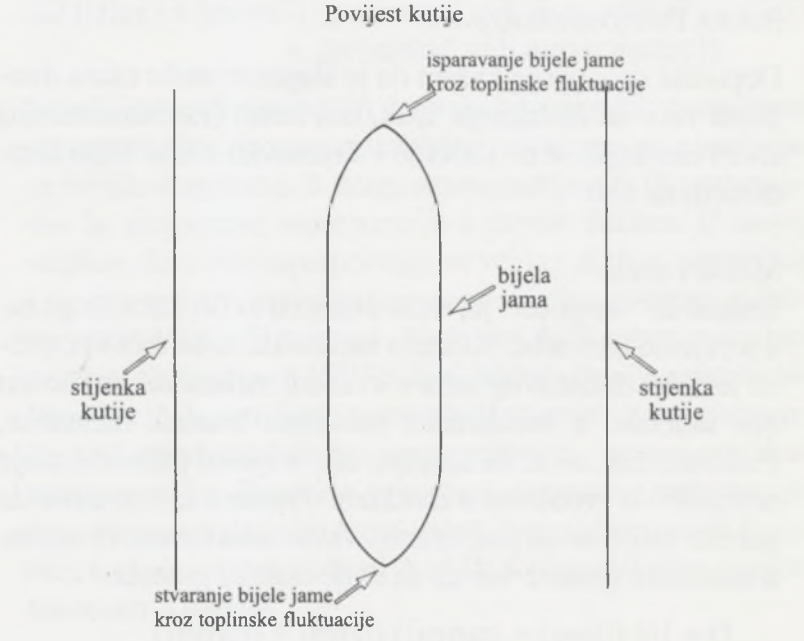
U nekim daljnjim vremenima zračenje iz crne jame će fluktuirajući porasti ili će se apsorpcija fluktuirajući smanjivati, a crna će jama ispariti i nestati. Na taj način sustav unutar kutije ergodski luta svojim faznim prostorom: ponekad je crna jama ovdje, a ponekad nije (crtež 7.2).



Crtež 7.2. Crna jama se pojavljuje i nestaje kroz toplinske fluktuacije.

Roger i ja se slažemo da bi se kutija ponašala na opisani način. Međutim, ne slažemo se glede dviju stvari. Prvo, Roger vjeruje da će se obujam faznog prostora i informacija gubiti tijekom ciklusa pojavljivanja i nestajanja crnih jama; i drugo,

da proces neće biti vremenski simetričan. Glede prvog, izgleda da Roger osjeća da teorem "bez kose" za crne jame ima za posljedicu gubitak obujma faznog prostora, budući da mnoge različite konfiguracije čestica u urušavanju stvaraju istu crnu jamu. On predlaže da **R** proces, urušavanje valne funkcije, uvodi dobitak u obujmu faznog prostora koji bi nadoknadio izgubljeno. Nije mi jasno kako bi do tog **R** procesa došlo. U kutiji nema promatrača, a ja nisam sklon tvrdnjama da je on spontan, ukoliko se ne predloži način da se to izračuna. Inače, bila bi to jednostavno magija. U svakom slučaju, ne slažem se da postoji gubitak obujma faznog prostora. Ako se kaže da crne jame imaju broj stanja jednak $e^{(1/4)A}$, nema gubitka obujma faznog prostora. I ne postoji informacija u sustavu poput kutije koji može biti u bilo kojem stanju. Dakle, nema ni gubitka informacije.



Crtež 7.2. Bijela jama se pojavljuje i nestaje kroz toplinske fluktuacije.

Glede našeg drugog neslaganja, ja vjerujem da će pojavljivanje i nestajanje crnih jama biti vremenski simetrično. To znači, ako uzmemo film sa snimljenom kutijom i prikažemo ga unatrag, izgledat će jednako. U jednom smjeru vremena, crne jame će se pojavljivati i nestajati. U drugom smjeru, imat ćete bijele jame – vremenski obrat crnih jama – koje će se pojavljivati i nestajati. Ove dvije slike mogu biti iste ako su bijele jame isto što i crne jame. Stoga, nema potrebe za uvođenjem narušavanja CPT simetrije zbog ponašanja ovakve kutije (crtež 7.3).

Početno su i Roger i Don Page odbacili moj prijedlog da je stvaranje i isparavanje crnih jama u kutiji vremenski simetrično. Međutim, Don se sada predomislio i slaže se sa mnom. Čekam da isto učini i Roger.

ROGER PENROSE ODGOVARA

Dopustite da najprije kažem da je slaganje među nama dvojicom veće od neslaganja. Ipak, ima nekih (fundamentalnih) stvari oko kojih se ne slažemo i u nastavku bih se želio usredotočiti na njih.

Mačke i slično

Štogod da "stvarnost" je, treba objasniti svijet kakvim ga zamjećujemo oko sebe. Kvantna mehanika to ne čini i potrebno je nešto dodatno ugraditi u kvantnu mehaniku – nešto što nije sadržano u standardnim pravilima kvantne mehanike. Posebice, čini mi se da Stephen nije u cjelini prihvatio moje primjedbe o problemu s mačkom. Problem nije u tome da gubitak informacije podrazumijeva da sustav moramo opisati matricom gustoće već da su dvije matrice gustoće

$$D = 1/4\,(|\text{živa}\rangle + |\text{mrtva}\rangle)\,(\langle\text{živa}| + \langle\text{mrtva}|) + 1/4\,(|\text{živa}\rangle - |\text{mrtva}\rangle)\,(\langle\text{živa}| - \langle\text{mrtva}|) \qquad (7.1)$$

i

$$D = 1/2\,|\text{živa}\rangle\langle\text{živa}| + 1/2\,|\text{mrtva}\rangle\langle\text{mrtva}|, \qquad (7.2)$$

na primjer, međusobno jednake. Moramo, dakle, riješiti problem zašto zamjećujemo ili živu mačku ili mrtvu mačku, ali nikad superpoziciju. Mislim da je filozofija važna u ovim stvarima, ali ona ne daje odgovor na pitanje.

Meni se čini da ćemo, da bismo objasnili kakvim zamjećujemo svijet oko sebe, u okvirima kvantne mehanike, trebati imati jedno (ili oboje) od slijedećeg:

(A) teoriju iskustva
(B) teoriju realnog fizikalnog ponašanja.

U stvari, uvođenjem promatrača u igru, svaki od odgovarajućih vektora stanja (u gornjem slučaju 7.1) imao bi oblik

$$1/2\,(|\text{živa}\rangle \pm |\text{mrtva}\rangle)\,(|\text{promatrač vidi živu mačku}\rangle \pm |\text{promatrač vidi mrtvu mačku}\rangle) \qquad (7.3)$$

Tada bi prva alternativa (A) morala biti zabraniti mogućnost superpozicije u drugom množitelju, jer takvo stanje opažanja ne bi bilo dopušteno. S druge strane, zahtjev za (B) zabranjivao bi mogućnost superpozicije u prvom faktoru. U mojoj vlastitoj slici, ove superpozicije na velikoj skali su nestabilne i moraju se brzo (spontano) raspasti u jedno ili drugo stabilno stanje $|\text{živa}\rangle$ ili $|\text{mrtva}\rangle$. Vjerujem da Stephen mora biti pristaša alternative A [SWH: Ne], budući da nije pristaša alternative B. Ja sam izraziti pristaša B alternative, jer vjerujem da je (A) gledanje koje je opasno prihvatiti, jer vodi u svakovrsne neprilike. Posebice, pristaša A alternative treba teoriju uma ili mozga ili nešto tome slično. Iznenađuje me da Stephen, izgleda, nije pristaša ni A ni B; željno očekujem njegov komentar o ovome.

Wickova rotacija

To je koristan alat u kvantnoj teoriji polja. Pomoću rotacije vremenske osi, zamjenjuje se t s it. To prevodi prostor Minkowskog u euklidski prostor. Korisnost dolazi od činjenice da su određeni izrazi (poput integrala puta) bolje definirani u euklidskoj teoriji. Wickova rotacija je dobro kontrolirani alat u kvantnoj teoriji polja, barem dok se primjenjuje na ravno (ili stacionarno) prostorvrijeme.

Stephenova zamisao o primjeni "Wickove rotacije" na prostor s Lorentzovim metrikama (da bi se dobilo prostor s euklidskim metrikama) zasigurno je vrlo zanimljiva i ingeniozna, ali to je vrlo različit postupak u odnosu na primjenu Wickove rotacije u kvantnoj teoriji polja. To je, zapravo, "Wickova rotacija" na drukčijoj razini.

Prijedlog ne-granica je vrlo lijep prijedlog i sigurno izgleda da je povezan s hipotezom Weylove zakrivljenosti. Međutim, kako ja gledam na to, ne-granica prijedlog je jako daleko od toga da bude objašnjenje za činjenicu da prošle singularnosti imaju malu Weylovu zakrivljenost, dok buduće singularnosti imaju veliku Weylovu zakrivljenost. To je ono što opažamo u našem svemiru i ja vjerujem da se, što se opažanja tiče, Stephen slaže sa mnom.

Gubitak faznog prostora

Mislim da se Stephen i ja slažemo da u crnoj jami dolazi do gubitka informacije, ali se ne slažemo oko gubitka faznog prostora u crnoj jami. Stephen je ustvrdio da je **R**-proces samo magija, a ne fizika. Ja se s tim očigledno ne slažem, mislim da sam u svom drugom predavanju objasnio zašto je to razumno i da sam iznio određen prijedlog brzine kojom bi se trebala dogoditi redukcija stanja, naime u vremenu

$$T \sim \frac{\hbar}{E} \tag{7.4}$$

Također mislim da njegov dijagram crne jame vrlo lako dovodi u zabludu. Trebao je izabrati Carterov dijagram koji očito nije vremenski simetrična. On i ja se izgleda ipak slažemo da se informacija gubi, ali ja sam također mišljenja da se obujam faznog prostora smanjuje. Nadalje, da cjelokupna shema bude vremenski simetrična, trebalo bi biti dopušteno postojanje bijelih jama, koje su područja iz kojih mnogo stvari može izaći, a to bi bilo u najmanju ruku u neslaganju s hipotezom Weylove zakrivljenosti, s drugim zakonom termodinamike i, vjerojatno, također i s opažanjem. Ovo je pitanje umnogome povezano s tim koje vrste singularnosti "kvantna gravitacija" dopušta. Kako ja gledam na to, potrebno je da ta teorija bude vremenski asimetrična u svojim posljedicama.

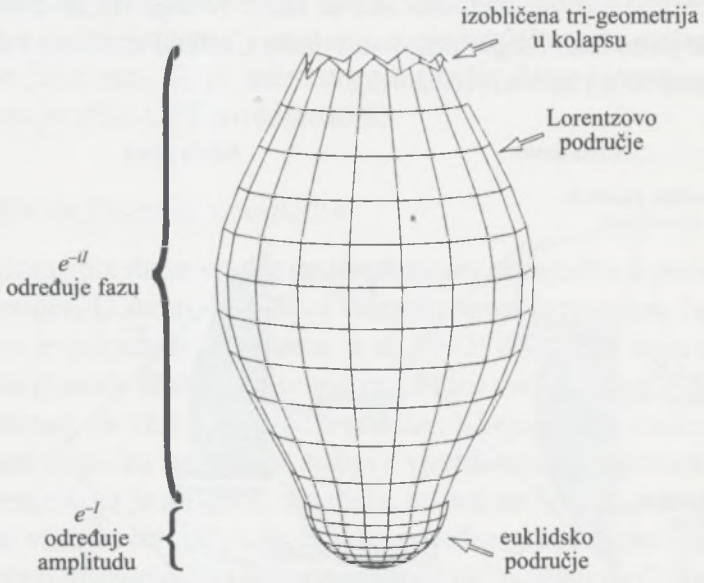
STEPHEN HAWKING

Roger je zabrinut zbog Schrödingerove jadne mačke. Takav misaoni pokus u današnje vrijeme ne bi bio politički korektan. Rogera brine što matrica gustoće u kojoj se s jednakim vjerojatnostima pojavljuje mačka$_{živa}$ i mačka$_{mrtva}$ također sadrži i mačka$_{živa}$ + mačka$_{mrtva}$ i mačka$_{živa}$ – mačka$_{mrtva}$ s jednakim vjerojatnostima. Zašto onda opažamo ili mačka$_{živa}$ ili mačka$_{mrtva}$? Zašto ne opažamo mačka$_{živa}$ + mačka$_{mrtva}$ ili mačka$_{živa}$ – mačka$_{mrtva}$? Što je to što za naša opažanja odabire osi *živa* i *mrtva* umjesto osi *živa* + *mrtva* ili *živa* – *mrtva*. Prvo bih ustvrdio da se ovakva dvoznačnost u vlastitim stanjima matrice gustoće javlja samo kad su vlastite vrijednosti točno jednake. Da su vjerojatnosti da mačka bude *živa* ili *mrtva* malo različite, ne bi bilo dvoznačnosti vlastitih stanja. Jedna od baza bila bi istaknuta upravo time što je tvore vlastiti vektori matrice gustoće. Zašto dakle priroda odabire takvu matricu gustoće koja je dijagonalna u bazi *živa/mrtva* radije nego u bazi *živa+mrtva/živa-mrtva*? Odgovor je da su stanja mačka$_{živa}$ i mačka$_{mrtva}$ različita na makroskopskoj razi-

ni po stvarima kao što je položaj metka ili rana na mački. Izračunamo li trag po stvarima koje ne opažamo, kao što su poremećaji molekula zraka, matrični element bilo koje opažačke veličine između stanja $\text{mačka}_{\check{z}iva}$ i mačka_{mrtva} bit će u prosjeku jednak nuli. Zato opažamo da je mačka ili mrtva *ili* živa, a ne linearna kombinacija tih dvaju stanja. To je jednostavno obična kvantna mehanika. Nije nam potrebna nova teorija mjerenja, a posebno ne kvantna gravitacija.

Vratimo se kvantnoj gravitaciji. Roger izgleda prihvaća da ne-granica prijedlog može objasniti nisku vrijednost Weylovog tenzora u ranom svemiru. On, međutim, može li objasniti visoku vrijednost Weylovog tenzora koja se očekuje u gravitacijskom kolapsu u crnim jamama i u kolapsu čitavog svemira. Mislim da je i to temeljeno na pogrešnom shvaćanju ne-granica prijedloga. Pretpostavljam da će se Roger složiti da postoje Lorentzova rješenja koja počinju u ranom gotovo homogenom svemiru i razvijaju se u jako nepravilne metrike u gravitacijskom kolapsu. Moguće je spojiti ove Lorentzove metrike s polovicom euklidske četvero-sfere u ranom svemiru. Time bi se dobila približna metrika sedlene točke za valnu funkciju jako izobličene tri-geometrije u kolapsu (crtež 7.4). Naravno, kako sam prije rekao, točna metrika sedlene točke bit će kompleksna i neće biti ni euklidska ni Lorentzova. Usprkos tome, moguće ju je, u dobroj približnosti, podijeliti u gotovo euklidska i Lorentzova područja kako sam opisao. Euklidsko područje samo će se malo razlikovati od polovice okrugle četiri-sfere. Stoga će i njegovo djelovanje biti samo neznatno veće od onog polovice okrugle četiri-sfere, što odgovara homogenom i izotropnom svemiru. Lorentzov dio rješenja bit će vrlo različit od homogenog i izotropnog rješenja. Međutim, djelovanje ovog Lorentzovog dijela samo mijenja fazu valne funkcije i ne utječe na amplitudu. Ona je dana djelovanjem euklidskog dijela i bit će gotovo neovisna o tome koliko je tri-geometrija izobličena. Stoga su sve tri-geometri-

je jednako vjerojatne u gravitacijskom kolapsu, i općenito ćemo imati vrlo nepravilnu metriku s velikom Weylovom zakrivljenošću. Nadam se da će ovo uvjeriti Rogera, a i svakog drugog, da ne-granica prijedlog može objasniti i zašto je rani svemir bio homogen i zašto će gravitacijski kolaps biti nepravilan.

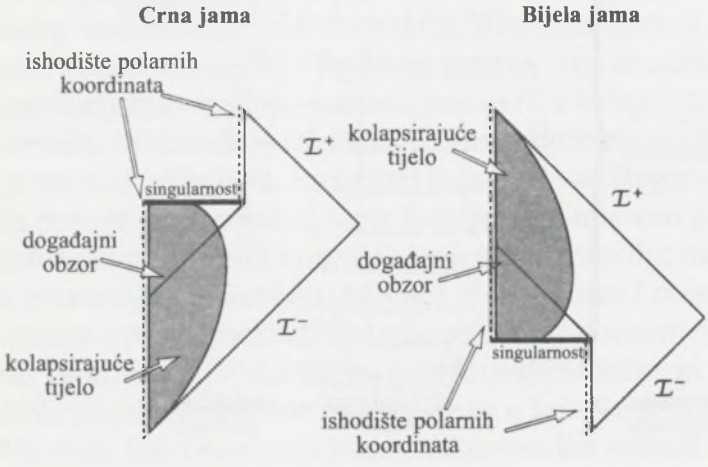


Crtež 7.4. Pri tuneliranju u kolapsiranu tri-geometriju, euklidski dio određuje amplitudu valne funkcije za tri-geometriju, dok Lorentzov dio određuje njenu fazu.

I na kraju, nekoliko tvrdnji o crnoj jami u zamišljenom pokusu s kutijom. Roger, izgleda, još uvijek tvrdi da postoji gubitak obujma faznog prostora, budući da mnoge različite konfiguracije mogu kolapsirati stvarajući istu crnu jamu. Međutim upravo je bit termodinamike crne jame u izbjegavanju takvog gubitka faznog prostora. Crnim jamama pripisujemo entropi-

ju upravo zato jer mogu biti stvorene na e^S načina. Prilikom vremenski simetričnog isparavanja, one odašilju zračenje na e^S načina. Dakle, nema gubitka faznog prostora i nema potrebe za prizivanjem **R**-procesa da se to nadoknadi. Jednako tako: ja vjerujem u gravitacijski kolaps, ali ne u kolaps valne funkcije.

Zadnje što bih naglasio tiče se moje tvrdnje da su crne i bijele jame isto. Roger prigovara da su Carter-Penroseovi dijagrami vrlo različiti (crtež 7.5).



Crtež 7.5. Carter-Penroseovi dijagrami za crne i bijele jame.

Slažem se da su različiti, ali bih rekao da oni predstavljaju samo klasičnu sliku. U kvantnoj teoriji, ustvrdio bih da su crne i bijele jame jednake vanjskom promatraču. Međutim, Roger bi mogao prigovoriti, što je s nekim tko bi upao u jamu? Ne bi li on vidio Carter-Penroseov dijagram crne jame? Mislim da takav argument upada u zamku pretpostavljanja da postoji jedinstvena metrika za prostorvrijeme, kao što postoji u klasičnoj teoriji. U kvantnoj teoriji, s druge strane, treba izračunati integral puta po svim mogućim metrikama. Za različi-

ta pitanja postojat će različite metrike sedlene točke. Posebice, metrike sedlene točke za pitanja koja vanjski promatrač postavlja bit će različite od metrika sedlene točke za promatrača koji upada unutra. Moguće je također zamisliti da bi crna jama mogla odaslati promatrača van. Vjerojatnost je mala, ali postoji. Po svemu sudeći bi metrika sedlene točke za takvog promatrača odgovarala Carter-Penroseovom dijagramu za bijelu jamu. Stoga stoji moja tvrdnja da su crne i bijele jame isto. To je jedini prirodni način da se kvantna gravitacija učini CPT invarijantnom.

ROGER PENROSE ODGOVARA

Dopustite da se vratim na Stephenovu primjedbu o problemu mačke. U stvari, jednakost vlastitih stanja je nevažna. Nedavno je pokazano (Hughston et al. 1993) da za bilo koju matricu gustoće (čak i s potpuno različitim svojstvenim vrijednostima), za mnogo različitih načina na koje se ona može napisati u obliku mješavine stanja s vjerojatnostima, postoji mjerenje koje je moguće, u načelu, izvesti na "nepoznatom dijelu vektora stanja", koje daje toj određenoj mješavini vjerojatnosti interpretaciju matrice gustoće za "poznati dio". Štoviše, glede utjecaja okoline, može se primjetiti da čak i u slučaju kad su nedijagonalni elementi mali, njihov utjecaj na vlastite vektore može biti velik. Nadalje, Stephen je spomenuo metke itd. To zapravo ne rješava problem, jer za sustav "mačka+metak" imamo isti problem kakav smo ranije imali za sustav u kojem je samo "mačka". Mislim da je pitanje "stvarnosti" fundamentalna razlika između Stephena i mene, budući da se odnosi na druge probleme – na primjer, na problem da li su bijele jame i crne jame isto. Sve se, u stvari, svodi na činjenicu da na makroskopskoj razini zamjećujemo samo jedno prostorvrijeme. Stoga, čini mi se, čovjek mora podržavati ili (A) ili (B) – nemam dojam da se Stephen dotakao ovoga.

Crne i bijele jame mogu biti vrlo slične kad se radi o malim jamama. Mala crna jama odašiljala bi mnogo zračenja i stoga bi mogla izgledati poput bijele jame. Po svemu sudeći bi mala bijela jama također mogla apsorbirati mnogo zračenja. Međutim, na makroskopskoj razini ovo izjednačavanje mi izgleda neprimjereno; ja vjerujem da se nešto drugo mora uključiti.

Kvantna mehanika postoji već oko sedamdesetpet godina. To nije jako dugo, ako se usporedi s, na primjer, Newtonovom teorijom gravitacije. Stoga me ne bi iznenadilo ako se kvantna mehanika bude morala preurediti za izrazito makroskopske predmete.

Na početku ove rasprave Stephen je rekao da misli kako je on pozitivist, a da sam ja platonist. Ja sam sretan što je on pozitivist, ali mislim da je ovdje, ipak, ključno da sam ja realist. Također, uspoređuje li se ova rasprava s onom poznatom raspravom Bohra i Einsteina, od prije nekih sedamdeset godina, mislim da Stephen igra ulogu Bohra, dok sam ja u ulozi Einsteina! Naime, Einstein je tvrdio da mora postojati nešto poput stvarnog svijeta, ne nužno predstavljenog valnom funkcijom, dok je Bohr naglašavao da valna funkcija ne opisuje "stvarni" mikrosvijet već samo "znanje" koje je korisno za izradu predviđanja.

Smatra se da je Bohr pobijedio u raspravi. U stvari, prema nedavnoj Einsteinovoj biografiji (Pais 1994), Einstein je od 1925. nadalje mogao isto tako biti i na pecanju. Zaista, istina je da nije načinio puno velikih napredaka, iako su njegove prodorne kritike bile vrlo korisne. Vjerujem da je razlog zbog kojeg Einstein nije nastavio stvarati velike doprinose kvantnoj teoriji bio upravo u tome što je u kvantnoj teoriji nedostajao ključni sastojak. Taj bitni sastojak bilo je Stephenovo otkriće, pedeset godina kasnije, zračenja crne jame. Upravo taj gubitak informacije, povezan sa zračenjem crne jame, osigurava novi zaokret.

PITANJA I ODGOVORI

Gary Horowitz (primjedba): Izrečeno je nekoliko omalovažavajućih primjedbi o teoriji struna. Iako su bile omalovažavajuće, velik broj njih u najmanju ruku izgleda da ukazuje kako je teorija struna itekako važna! Neke od tih primjedbi navode u zabludu, neke su jednostavno pogrješne. Ponajprije, teorija struna se za slaba polja svodi na opću teoriju relativnosti i stoga sadrži sve posljedice te teorije. Ona bi također mogla pružiti bolje razumijevanje zbivanja u singularnosti, a izgleda da je teorija struna riješila neke od nenadzirivih divergencija. Dakako da ne tvrdim da je teorija struna svladala sve svoje probleme, ali izgleda da je to vrlo obećavajuć put.

Pitanje: Nejasno pitanje, ponovno o mački.

Odgovor: Roger Penrose ponovno objašnjava problem mačke.

Pitanje: Bi li Roger Penrose mogao komentirati pristup dekoherentnih povijesti? Pokazano je da postoji jako dobra dekoherencija zbog vanjskog okoliša; međutim, (još) se posve ne razumije kako bi dekoherencija djelovala interno. Možda je to povezano s činjenicom da bi dekoherencija mogla biti u svezi sa svojstvima prostorvremena ?

Odgovor (Penrose): U programu dekoherentnih povijesti, nešto ekvivalentno **R**-procesu je dio plana. Razlikuje se dakle od uobičajene kvantne mehanike, ali ništa manje je također različito od mog pristupa. U svakom slučaju, zanimljivo je čuti da bi moglo biti povezano sa strukturom prostorvremena. Mislim da se moj pristup manje razlikuje od pristupa konzistentnih povijesti nego od Stephenovog glede pitanja vremenske asimetrije.

Pitanje: Što je s entropijom u zamišljenom pokusu s crnom jamom u kutiji ? Ne bi li vremenski obrnuta situacija narušila drugi zakon termodinamike ?

Odgovor (Hawking): Kutija je u stanju maksimalne entropije. Sustav ergodski prolazi sva moguća stanja, tako da narušavanja nema.

Pitanje: Bi li se moglo eksperimentalno provjeriti mehanizam kvantnog mjerenja ?

Odgovor (Penrose): Trebalo bi ga biti moguće (u načelu) provjeriti eksperimentalno. Možda bi trebalo pokušati izvesti neku vrstu Leggettovog pokusa, sa superpozicijom na velikoj skali. Problem s tim vrstama pokusa je da su učinci dekoherencije zbog okoline obično mnogo veći od učinaka koje bi se željelo izmjeriti. Stoga je potrebno zaista jako dobro izolirati sustav. Koliko mi je poznato, do sad još nije bilo prijedloga da se ta zamisao podrobno provjeri, ali bi to zasigurno bilo uistinu vrlo zanimljivo.

Pitanje: U inflacijskom modelu svemira masa svemira mora biti jako dobro uravnotežena između svemira koji se širi i onoga koji se skuplja. Samo 10% mase potrebne za tu ravnotežu je dosad pronađeno, a potraga za preostalom masom podsjeća me nekako na potragu za "eterom" na prijelazu stoljeća. Vaš komentar?

Odgovor (Penrose): Ja sam razumno sretan s Hubbleovom konstantom u njenom sadašnjem rasponu vrijednosti, a 10% kritične mase bi za mene bilo u redu. Ionako nikad nisam bio posebno sretan s inflacijskim modelima. Međutim, mislim da Stephen želi da svemir bude zatvoren, kao dio ne-granica prijedloga. [SWH: Da!]

Odgovor (Hawking): Možda je Hubbleova konstanta manja nego što se tvrdi. U zadnjih pedeset godina smanjena je za faktor deset pa ne vidim zašto se ne bi smanjila još na pola. To bi smanjilo masu koju je potrebno pronaći.

Stephen Hawking

Roger Penrose

SVEUČILIŠNA KNJIŽARA

Zagreb, Hrvatske bratske zajednice 4

knjiga@libuni.com

Tel/fax: 01/6111-345

Zagreb, 2002.

Einstein je jednom bio rel
svemiru to da je on shvatljiv
se kvantna teorija polja i Ei
tivnosti, dvije najuspješnije i
fizike, ujediniti u jednu jedin
mogu li *kvant* i *kozmos* naći
pitanju se razilaze dva danas u svijetu vodeća fizičara - kozmologa: Stephen Hawking i Roger Penrose. U ovoj knjizi oni objašnjavaju svoja gledišta kroz šest predavanja i završnu raspravu, održanih na Isaac Newton institutu za matematičke znanosti Sveučilišta Cambridge.

Penrose, poput svojedobno Einsteina, odbija smatrati kvantnu mehaniku konačnom teorijom. Hawking misli drukčije i dokazuje da opća teorija relativnosti jednostavno ne može objasniti kako je svemir započeo postojati. Samo kvantna teorija gravitacije, povezana s ne-granica hipotezom može nam dati nadu da ćemo prikladno objasniti ono malo što možemo istraživati o svemiru.

Iz tih predavanja i rasprave, čitatelj (od kojeg se očekuje izvjesno predznanje matematike i fizike) će vidjeti koliko se Hawking i Penrose razilaze u svojim mišljenjima o potrazi za brakom kvantne mehanike i teorije relativnosti i kako različito nastoje shvatiti neshvatljivo.

O prirodi prostora i vremena

Hawking
Penrose

ISBN 953-7045-02-5
9 789537 015022